5 SYSTEM

In diesem Kapitel 5: „System“ werden *Übersichten*, *Tabellen*, *Listen*, *Diagramme* u. ä. aufgeführt. Manche davon finden sich bereits (modifiziert) im Text, die meisten sind aber neu. Während sich im Text die Darstellung meist auf wenige Relatoren konzentriert, vor allem auf die *Implikation*, werden hier oft *sämtliche* 14 (bzw. 16) Relatoren berücksichtigt.

Entsprechend der Aufteilung im Text wird auch dieser systematische Teil unterteilt in:

- Logik synthetischer Relationen
- Logik analytischer Relationen
- Meta-Logik synthetischer Relationen
- Meta-Logik analytischer Relationen

Dieses letzte Kapitel, Kapitel 5 „System“, zählt in seinen Unter-Kapiteln nicht von 1 bis 5, sondern von 0 bis 4, also: 5-0, 5-1, 5-2, 5-3, 5-4. Dies erklärt sich aber folgendermaßen: Kapitel 5 bezieht sich auf die vorausgegangenen Kapitel 1 bis 4 und zeigt dies auch in der Zählung an (mit gewisser Ausnahme von 5-0).

5 – 0 GESAMT-ÜBERSICHTEN

5-0-1 Überblick über Komponenten der Integralen Logik

1) OBJEKTE	z. B.:
1. <u>Mengen</u>	
• Individuen	x, y
• Klassen	F, G
2. <u>Begriffe / Eigenschaften</u>	
• Individual-Begriffe	E(x), E(y)
• Klassen-Begriffe	E(F), E(G)

2) RELATIONEN (nur Implikationen)

1. <u>Synthetische Relationen</u>	
a) *Qualitative*	
• Positive	$X \rightarrow Y$
• Negative	$\neg(X \rightarrow Y)$
b) *Quantitative*	
• Deterministische	$p(X \rightarrow Y) = 1$
• Statistische	$0 < p(X \rightarrow Y) < 1$
2. <u>Analytische Relationen</u>	
a) *Qualitative*	
• Streng analytische	
– Tautologie	$X \wedge Y \;\Rightarrow Y$
– Kontradikt.	$X \vee \neg X \;\not\Rightarrow\; X \wedge \neg X$
• Partiell analytische	
1. Wahrscheinliche	$X \vee Y \longrightarrow Y$
2. Unwahrscheinliche	$X \vee Y \longrightarrow \neg X \wedge \neg Y$
b) *Quantitative*	
• Streng analytische (Tautologien)	
– Determinist.	$p^T[p(X \wedge Y) = 1 \;\Rightarrow\; p(Y) = 1] = 1$
– Statistische	$p^T[p(X \wedge Y) = 0{,}5 \Rightarrow p(Y) \geq 0{,}5] = 1$
• Partiell analytische	
– Determinist.	$p^T[p(X \vee Y) = 1 \longrightarrow p(Y) = 1] < 1$
– Statistische	$p^T[p(X \wedge Y) = 2/4 \longrightarrow p(Y) = 3/4] = 4/9$

5-0-2 Gesamt-Überblick

RELATA

1) Objekte (extensional)
- Individuen: x_i / x_1, x_2 / x_n (in der Logik geht es primär um abstrakte / unbestimmte Objekte)
- Mengen: M, N; Mengenverknüpfungen: Vereinigungs- und Schnitt-Menge: $M \cup N$, $M \cap N$
- Klassen: Mengen aller Individuen x, mit einer klassen-bildenden Eigenschaft F bzw. G.
  ganzheitlich: K(F) *kollektiv*: {x / Fx}; λx(Fx) *individuell*: $x_1[Fx_1] \cup ... \cup x_n[Fx_n]$

2) Eigenschaften / Begriffe bzw. Begriffs-Mengen (intensional)
- Individual-Eigenschaften: $E(x_i)$
- Klassen-Eigenschaften, Allgemein-Begriffe: E(F), E(G)
- Definitionen: $E(F) =_{df} E(G) \cup E(H)$ bzw. $E(F) =_{df} E(G_1) \cup \ldots \cup E(G_n)$

RELATIONEN BZW. STRUKTUREN

(Relationen können sein: *sprachlich*: Aussagen / *real*: Sachverhalte / *psychisch*: Urteile)
Logische Relationen sind nur *funktional*, nicht zeitlich, örtlich, kausal.

1) synthetische Relationen

Relatoren: aussagen-logische: $\rightarrow$, $*\!\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\wedge$, $\vee$ usw., mengen-theoretische $\subset$, $\in$, = usw.
Besonders wichtig: *Implikation* $\rightarrow$ und *Positiv-Implikation* $*\!\rightarrow$.
Die theoretische Wahrscheinlichkeit p^T gibt u. a. den *Tautologie-Grad* an.

		$p^T \rightarrow$	$p^{T*} \rightarrow$
Aussagen-Logik	$A \rightarrow B$	3/4	1/2
Quantoren-Logik	$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$	$(3/4)^n$	$(1/2)^n$
Prädikaten-Logik	$(Fx_1 \rightarrow Gx_1) \wedge \ldots \wedge (Fx_n \rightarrow Gx_n)$	$(3/4)^n$	$(1/2)^n$
Quantitäts-Logik	$p(X \rightarrow Y) = n/n = 1$	$(3/4)^n$	$(1/2)^n$
generell	$p(X \rightarrow Y) = r/n \quad \dfrac{a+c+d}{a+b+c+d} = \dfrac{r}{n}$	$p^T = \dbinom{n}{r}(3/4)^r(1/4)^{n-r}$	
	$p(X *\!\rightarrow Y) = r/n\ /n \quad \dfrac{a}{a+b} = \dfrac{r}{n}$	$p^T = \dbinom{n}{r}(1/2)^r(1/2)^{n-r}$	

2) Analytische Relationen (bei *Tautologien* gilt immer $p^T = 1$, bei *Kontradiktionen* $p^T = 0$)

analytische Relatoren: $\Rightarrow$, $*\!\Rightarrow$, $^+\!\wedge^+$, $^+\!\vee^+$ usw.

Aussagen-Logik	$A \wedge B \Rightarrow B$
Quantoren-Logik	$\Lambda x(Fx \wedge Gx) \Rightarrow \Lambda x(Gx)$
Prädikaten-Logik	$(Fx_1 \wedge Gx_1) \wedge \ldots \wedge (Fx_n \wedge Gx_n) \Rightarrow (Gx_1 \wedge ... \wedge Gx_n)$
Quantitäts-Logik	$p(X \wedge Y) = 1 \Rightarrow p(Y) = 1$
generell	$p(X \wedge Y) = r/n \Rightarrow p(Y) \geq r/n$

3) Semi-analytische Relationen		$p^T \rightarrow$	$p^T *\!\rightarrow$
Aussagen-Logik	$A \vee B \longrightarrow A \wedge B$	2/4	1/3
Quantoren-Logik	$\Lambda x(Fx \vee Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \wedge Gx)$	$(4^n - 3^n + 1)/4^n$	$(1/3)^n$
Prädikaten-Logik	$(Fx_1 \vee Gx_1) \wedge \ldots \wedge (Fx_n \vee Gx_n) \longrightarrow$ $(Fx_1 \wedge Gx_1) \wedge \ldots \wedge (Fx_n \wedge Gx_n)$	$(4^n - 3^n + 1)/4^n$	$(1/3)^n$
Quantitäts-Logik	$p(X \vee Y) = n/n \longrightarrow p(X \wedge Y) = n/n$	$(4^n - 3^n + 1)/4^n$	$(1/3)^n$
generell	$p(X \vee Y) = r/n *\!\!\longrightarrow p(Y) = s/n$	$p^T = \dbinom{r}{r-s}(1/3)^s(2/3)^{r-s}$	

5-0-3 Grundstruktur der Integralen Logik

			Beispiele
Logische Relationen	synthetische	Aussagen-Logik	$X \to Y$
		Quantoren-Logik	$\Lambda(X \to Y)$
		Quantitative Logik	$p(X \to Y) = 1$
	partiell analytische	Aussagen-Logik	$X \vee Y \longrightarrow Y$
		Quantoren-Logik	$\Lambda(X \vee Y) \longrightarrow \Lambda(Y)$
		Quantitative Logik	$p(X \vee Y) = 1 \longrightarrow p(Y) = 1$
	analytische	Aussagen-Logik	$X \wedge Y \Rightarrow Y$
		Quantoren-Logik	$\Lambda(X \wedge Y) \Rightarrow \Lambda(Y)$
		Quantitative Logik	$p(X \wedge Y) = 1 \Rightarrow p(Y) = 1$

5-0-4 Übersicht über ausgewählte Strukturen - Systematik

(Überwiegend systematisch, nicht anhand von Beispielen.)

	Struktur	p^T	p^T /dezimal
1) SYNTHETISCH			
1. Aussagen-Logik			
1.1 absolut (fragwürdig)			
Tautologie	$X \Rightarrow (Y \vee \neg Y)$	4/4	1
Kontradiktion	$(X \vee \neg X) \not\Rightarrow (Y \wedge \neg Y)$	0/4	0
Tautologator	$X \top Y$	4/4	1
Antilogator	$X \perp Y$	0/4	0
1.2 relativ			
semi-tautologisch	$X \rightarrow Y$	3/4	0,75
logisch neutral	$X \leftrightarrow Y$	2/4	0,5
semi-kontradiktorisch	$X \wedge Y$	1/4	0,25
Negationen	$\neg(X \rightarrow Y)$	1/4	0,25
	$\neg(X \leftrightarrow Y)$	2/4	0,5
	$\neg (X \wedge Y)$	3/4	0,75
2. Quantoren-Logik			
2.1 einfach			
alle	$\Lambda(X)$: $X_1 \wedge \ldots \wedge X_n$	$1/2^n$	$0{,}5^n$
alle nicht	$\Lambda\neg(X)$: $\neg X_1 \wedge \ldots \wedge \neg X_n$	$1/2^n$	$0{,}5^n$
einige	$V(X)$: $X_1 \vee \ldots \vee X_n$	$1 - 1/2^n$	$1 - 0{,}5^n$
einige nicht	$V\neg(X)$: $\neg X_1 \vee \ldots \vee \neg X_n$	$1 - 1/2^n$	$1- 0{,}5^n$
2.2 komplex			
alle	$\Lambda(X \rightarrow Y)$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
	$(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge\ldots\wedge (X_n \rightarrow Y_n)$		
alle nicht	$\Lambda\neg(X \rightarrow Y)$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
	$\neg(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge\ldots\wedge \neg(X_n \rightarrow Y_n)$		
einige	$V(X \rightarrow Y)$	$(4^n - 1)/4^n$	$1 - 0{,}25^n$
	$(X_1 \rightarrow Y_1) \vee\ldots\vee (X_n \rightarrow Y_n)$		
einige nicht	$V\neg(X \rightarrow Y)$	$(4^n - 3^n)/4^n$	$1 - 0{,}75^n$
	$\neg(X_1 \rightarrow Y_1) \vee\ldots\vee \neg(X_n \rightarrow Y_n)$		
Alternative:			
alle	$\Lambda(X \rightarrow Y)$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
alle nicht	$\Lambda(X \rightarrow \neg Y)$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
einige	$V(X \wedge Y)$	$(4^n - 3^n)/4^n$	$1 - 0{,}75^n$
einige nicht	$V(X \wedge \neg Y)$	$(4^n - 3^n)/4^n$	$1 - 0{,}75^n$

	Struktur	p^T	p^T/s
3. Quantitative Logik			
3.1 semi-tautologisch	p(X $\rightarrow$ Y) = r/n	$\binom{n}{r}(3/4)^r(1/4)^{n-r}$	3/4
(strukturell)	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d} = \frac{r}{n}$		
3.2 logisch neutral	p(X $\leftrightarrow$ Y) = r/n	$\binom{n}{r}(1/2)^r(1/2)^{n-r}$	1/2
(strukturell)	$\frac{a+d}{a+b+c+d} = \frac{r}{n}$		
3.3 semi-kontradiktor.	p(X $\wedge$ Y) = r/n	$\binom{n}{r}(1/4)^r(3/4)^{n-r}$	1/4
(strukturell)	$\frac{a}{a+b+c+d} = \frac{r}{n}$		
4. Quantitative Aussagen-Logik			
4.1 positiv	p(X $\rightarrow$ Y) = r/n = 1 r = n	$1 \times (3/4)^r \times 1 = (3/4)^r = (3/4)^n$	3/4
4.2 negativ	p(X $\rightarrow$ Y) = r/n = 0 r = 0	$1 \times 1 \times (1/4)^n = (1/4)^n$	3/4

p^T/ s = p^T *strukturell*: der p^T-Wert, den der Relator aussagen-logisch besitzt, unabhängig von der Quantifizierung.

	Struktur	p^T	p^T/dez.	p^T/s
5. Quantitative Quantoren-Logik				
einfach				
alle (= n)	p(X) = 1	$1/2^n$	$0{,}5^n$	1/2
alle nicht	p(X) = 0	$1/2^n$	$0{,}5^n$	1/2
einige	p(X) > 0	$1 – 1/2^n$	$1– 0{,}5^n$	1/2
einige nicht	p(X) < 1	$1 – 1/2^n$	$1 – 0{,}5^n$	1/2
komplex				
alle (= n)	$p(X \to Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$	3/4
alle nicht	$p(X \to Y) = 0$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$	3/4
einige	$p(X \to Y) > 0$	$1 – (1/4)^n$	$1 – 0{,}25^n$	3/4
einige nicht	$p(X \to Y) < 1$	$1 – (3/4)^n$	$1 – 0{,}75^n$	3/4
Alternativen	$p(X \to Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$	3/4
	$p(X \to \neg Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$	3/4
	$p(X \wedge Y) > 0$	$1 – (3/4)^n$	$1 – 0{,}75^n$	1/4
	$p(X \wedge \neg Y) > 0$	$1 – (3/4)^n$	$1 – 0{,}75^n$	1/4

2) ANALYTISCH

1. Aussagen-Logik				
1.1 streng analytisch				
Tautologie	$X \wedge Y \Rightarrow Y$	4/4	1	3/4
Kontradiktion	$X \vee \neg X \not\Rightarrow Y \wedge \neg Y$	0/4	0	3/4
1.2 partiell analytisch				
semi-tautologisch	$X \vee Y \longrightarrow Y$	3/4	0,75	3/4
logisch neutral	$X \vee Y \longrightarrow X \wedge Y$	2/4	0,5	3/4
semi-kontradikt.	$X / Y \longrightarrow X \wedge Y$	1/4	0,25	3/4
2. Quantoren-Logik				
2.1 streng analytisch				
Tautologie	$\Lambda(X) \Rightarrow V(X)$	$2^n/2^n$	1	3/4
Kontradiktion	$\Lambda(X) *\not\Rightarrow V\neg(X)$	0/1	0	1/2
2.2 partiell analytisch	$V(X) \longrightarrow \Lambda(X)$	$1/2^{n-1}$	$0{,}5^{n-1}$	3/4

Λ (alle) = n/n, V (einige) > 0/n. Kontradiktion nur mit der *Positiv-Implikation*: $*\not\Rightarrow$

Struktur	p^T

3. Quantitative Logik

3.1 streng analytisch p(X ∧ Y) = r/n *⇒ p(Y) ≥ r/n

allgemein: $\frac{a}{a+b+c+d} = \frac{r}{n} \quad *\!\!\longrightarrow \quad \frac{a+c}{a+b+c+d} = \frac{s}{n} \qquad \binom{n-r}{n-s}(2/3)^{n-s}(1/3)^{s-r}$

- tautologisch r ≤ s
- kontradiktorisch r > s
- partiell tautologisch r = s (bzw. bestimmte Werte)

3.2 partiell analytisch p(X) = r/n *⟶ p(X ∧ Y) = r/n

allgemein: $\frac{a+b}{a+b+c+d} = \frac{r}{n} \quad *\!\!\longrightarrow \quad \frac{a}{a+b+c+d} = \frac{s}{n} \qquad \binom{r}{r-s}(1/2)^{r-s}(1/2)^{s}$

- tautologisch r ≥ s
- kontradiktorisch r < s
- partiell tautologisch r = s (bzw. bestimmte Werte)

4. Quantitative Aussagen-Logik

4.1 streng analytisch: Struktur: X ∧ Y *⇒ Y
Tautologie/deterministisch: r = s = n

p(X ∧ Y) = r/n = 1 *⇒ p(Y) = s/n = 1 $\qquad \binom{n-r}{n-s}(2/3)^{n-s}(1/3)^{s-r}$

4.2 partiell analytisch: Struktur: X *⟶ X ∧ Y
partiell tautologisch/deterministisch: r = s = n

p(X) = r/n = 1 *⟶ p(X ∧ Y) = s/n = 1 $\qquad \binom{r}{r-s}(1/2)^{r-s}(1/2)^{s} = (1/2)^{s}$

5. Quantitative Quantoren-Logik

5.1 streng analytisch	p(X → Y) = n/n = 1 *⇒ p(X → Y) > 0/n	$3^n/3^n = 1$
5.2 partiell analytisch	p(X → Y) > 0/n *⟶ p(X → Y) = n/n = 1	$3^n/(4^n - 1)$

Normale Implikation: → ⟶ ⇒ *Positiv*-Implikation *→ *⟶ *⇒
Die Positiv-Implikation X *→ Y ist nur für die Welten definiert, in den X gültig ist.

5-0-5 Übersicht über ausgewählte Strukturen - Beispiele

(Überwiegend anhand von Zahlen-Beispielen. Jeweils n =5.)

	Struktur	p^T	p^T/dez.
1) SYNTHETISCH			
1. Aussagen-Logik			
1.1 absolut (fragwürdig)			
Tautologie	$X \Rightarrow (Y \vee \neg Y)$	4/4	1
Kontradiktion	$(X \vee \neg X) \not\Rightarrow (Y \wedge \neg Y)$	0/4	0
Tautologator	$X \top Y$	4/4	1
Antilogator	$X \perp Y$	0/4	0
1.2 relativ			
semi-tautologisch	$X \rightarrow Y$	3/4	0,75
logisch neutral	$X \leftrightarrow Y$	2/4	0,5
semi-kontradiktorisch	$X \wedge Y$	1/4	0,25
Negationen	$\neg(X \rightarrow Y)$	1/4	0,25
	$\neg(X \leftrightarrow Y)$	2/4	0,5
	$\neg(X \wedge Y)$	3/4	0,75
2. Quantoren-Logik			
2.1 einfach			
alle (= n = 5)	$\Lambda(X)$: $X_1 \wedge \ldots \wedge X_5$	1/32	0,03
alle nicht	$\Lambda\neg(X)$: $\neg X_1 \wedge \ldots \wedge \neg X_5$	1/32	0,03
einige	$V(X)$: $X_1 \vee \ldots \vee X_5$	31/32	0,97
einige nicht	$V\neg(X)$: $\neg X_1 \vee \ldots \vee \neg X_5$	31/32	0,97
2.2 komplex			
alle (= n = 5)	$\Lambda(X \rightarrow Y)$	243/1024	0,24
alle nicht	$\Lambda\neg(X \rightarrow Y)$	1/1024	≈ 0
einige	$V(X \rightarrow Y)$	1023/1024	≈ 1
einige nicht	$V\neg(X \rightarrow Y)$	781/1024	0,76
Alternative			
alle	$\Lambda(X \rightarrow Y)$	243/1024	0,24
alle nicht	$\Lambda(X \rightarrow \neg Y)$	243/1024	0,24
einige	$V(X \wedge Y)$	781/1024	0,76
einige nicht	$V(X \wedge \neg Y)$	781/1024	0,76

(p^T/dezimal auf 2 Stellen hinter dem Komma gekürzt.)

	Struktur	p^T	p^T /dez.	p^T /s
3. Quantitative Logik				
3.1 semi-tautologisch (strukturell)	p(X → Y) = 5/5	243/1024	0,24	3/4
	4/5	*405/1024	0,40	
	3/5	270/1024	0,26	
	2/5	90/1024	0,09	
	1/5	15/1024	0,02	
	0/5	1/1024	≈0,00	
3.2 logisch neutral (strukturell)	p(X ↔ Y) = 5/5	32/1024	0,03	2/4
	4/5	160/1024	0,16	
	3/5	*320/1024	0,31	
	2/5	*320/1024	0,31	
	1/5	160/1024	0,16	
	0/5	32/1024	0,03	
3.3 semi-kontradiktor. (strukturell)	p(X ∧ Y) = 5/5	1/1024	≈0,00	1/4
	4/5	15/1024	0,02	
	3/5	90/1024	0,09	
	2/5	270/1024	0,26	
	1/5	*405/1024	0,40	
	0/5	243/1024	0,24	
4. Quantitative Aussagen-Logik				
4.1 positiv				
	p(X→ Y) = 1/1	*3/4	0,75	3/4
	2/2	9/16	0,56	
	3/3	27/64	0,42	
	4/4	81/256	0,32	
	5/5	243/1024	0,24	
	6/6	729/4096	0,18	
	7/7	2187/16385	0,13	
	8/8	6561/65536	0,10	
4.2 negativ				
	p(X → Y) = 0/1	*1/4	0,25	3/4
	0/2	1/16	0,06	
	0/3	1/64	0,02	
	0/4	1/256	≈ 0,00	
	0/5	1/1024	≈ 0,00	

(* = jeweils der höchste Wert)

	Struktur		p^T	p^T/dez.	p^T/s
5. Quantitative Quantoren-Logik					
2.1 einfach					
alle (= n = 5)	p(X) = 1	p(X) = 5/5	1/32	0,03	1/2
alle nicht	p(X) = 0	p(X) = 0/5	1/32	0,03	1/2
einige	p(X) > 0	p(X) > 0/5	31/32	0,97	1/2
einige nicht	p(X) < 1	p(X) < 5/5	31/32	0,97	1/2
2.2 komplex					
alle (= n = 5)	$p(X \to Y) = 1$		243/1024	0,24	3/4
alle nicht	$p(X \to Y) = 0$		1/1024	≈0,00	3/4
einige	$p(X \to Y) > 0$		1023/1024	≈1,00	3/4
einige nicht	$p(X \to Y) < 1$		781/1024	0,76	3/4
Alternativen	$p(X \to Y) = 1$		243/1024	0,24	3/4
	$p(X \to \neg Y) = 1$		243/1024	0,24	3/4
	$p(X \wedge Y) > 0$		781/1024	0,76	1/4
	$p(X \wedge \neg Y) > 0$		781/1024	0,76	1/4

2) ANALYTISCH

1. Aussagen-Logik

1.1 streng analytisch			
Tautologie	$X \wedge Y \Rightarrow Y$	4/4	1
Kontradiktion	$X \vee \neg X \not\Rightarrow X \wedge \neg X$	0/4	0
1.2 partiell analytisch			
semi-tautologisch	$X \vee Y \longrightarrow Y$	3/4	0,75
logisch neutral	$X \vee Y \longrightarrow X \wedge Y$	2/4	0,5
semi-kontradikt.	$X / Y \longrightarrow X \wedge Y$	1/4	0,25

2. Quantoren-Logik

2.1 streng analytisch			
Tautologie	$\Lambda(X) \Rightarrow V(X)$	32/32	1
Kontradiktion	$\Lambda(X) {*}\not\Rightarrow V\neg(X)$	0/1	0
2.2 partiell analytisch	$V(X) \longrightarrow \Lambda(X)$ $X_1 \vee \ldots \vee X_5 \longrightarrow$ $X_1 \wedge \ldots \wedge X_5$	2/32	0,06

	Struktur	p^T	p^T /dez.
3. Quantitative Logik			
3.1 streng analytisch			
Tautologie	$p(X \rightarrow Y) = 4/5 \wedge$ $p(X) = 5/5 \; {*}{\Rightarrow} \; p(Y) = 4/5$	5/5	1
Kontradiktion	$p(X \rightarrow Y) = 4/5 \wedge$ $p(X) = 5/5 \; {*}{\not\Rightarrow} \; p(Y) = 3/5$	0/5	0
3.2 partiell analytisch			
- quantitativ	$p(X \leftrightarrow Y) \; {*}{\longrightarrow} \; p(X \rightarrow Y)$		
	2/5 5/5	40/320 (1/8)	0,13
	4/4	120/320 (3/8)	0,38
	3/5	120/320 (3/8)	0,38
	2/5	40/320 (1/8)	0,13
- strukturell	$p(X \rightarrow Y) \; {*}{\longrightarrow} \; p(X \leftarrow Y)$		
	5/5 5/5	32/243	0,13
	4/5	80/243	0,33
	3/5	80/243	0,33
	2/5	40/243	0,16
	1/5	10/243	0,04
	0/5	1/243	≈0,00
4. Quantitative Aussagen-Logik			
4.1 streng analytisch			
Tautologie	$p(X \leftrightarrow Y) = 5/5 \; {*}{\Rightarrow}$ $p(X \rightarrow Y) = 5/5$	32/32	1
Kontradiktion	$p(X \leftrightarrow Y) = 5/5 \; {*}{\not\Rightarrow}$ $p(X \rightarrow Y) = 3/5$	0/32	0
4.2 partiell analytisch	$p(X \rightarrow Y) = 5/5 \; {*}{\longrightarrow}$ $p(X \leftarrow Y) = 5/5$	32/243	0,13
5. Quantitative Quantoren-Logik			
5.1 streng analytisch	$p(X \rightarrow Y) = 5/5 \; {*}{\Rightarrow}$ $p(X \rightarrow Y) > 0/5$	243/243	1
5.2 partiell analytisch	$p(X \rightarrow Y) = 5/5 \; {*}{\longrightarrow}$ $p(X \wedge Y) > 0/5$	211/243	0,87

5 – 1 LOGIK SYNTHETISCHER RELATIONEN

5-1-1 Aussagen-Logik

5-1-1-1 ÜBERSICHT ÜBER DIE RELATOREN

	+X +Y	+X –Y	–X +Y	–X –Y		
1) Tautologie	+	+	+	+	$X \top Y$	X oder nicht X und Y oder nicht Y
2) Disjunktion	+	+	+	–	$X \vee Y$	X oder Y (oder beide)
3) Replikation	+	+	–	+	$X \leftarrow Y$	nur wenn Y, auch X
4) Präpension	+	+	–	–	$X \rfloor Y$	jedenfalls X (vielleicht Y)
5) Implikation	+	–	+	+	$X \rightarrow Y$	immer wenn X, dann Y
6) Postpension	+	–	+	–	$X \lfloor Y$	jedenfalls Y (vielleicht X)
7) Äquivalenz	+	–	–	+	$X \leftrightarrow Y$	X ist äquivalent Y
8) Konjunktion	+	–	–	–	$X \wedge Y$	X und Y
9) Exklusion	–	+	+	+	$X \mid Y$	X oder Y (aber nicht beide nicht)
10) Kontravalenz	–	+	+	–	$X >< Y$	X entweder X oder Y
11) Postnonpension	–	+	–	+	$X \lceil Y$	keinesfalls Y
12) Postsektion	–	+	–	–	$X >- Y$	X und nicht Y
13) Pränonpension	–	–	+	+	$X \rceil Y$	keinesfalls X
14) Präsektion	–	–	+	–	$X -< Y$	nicht X und Y
15) Rejektion	–	–	–	+	$X \nabla Y$	nicht X und nicht Y
16) Antilogie	–	–	–	–	$X \perp Y$	X und nicht X und Y und nicht Y

Die hier genannten *Bedeutungen* sind zwar die wichtigsten, aber es lassen sich auch andere Bedeutungen angeben. Wenn man z. B. eine *mengentheoretische Semantik* wählt, ergeben sich ganz andere Interpretationen, z. B. für $X \rightarrow Y$: X ist Teilmenge von Y.

Grundsätzlich lassen sich alle Relatoren auf einen *einzigen* zurückführen, z. B. auf die Exklusion $X \mid Y$ (auch „nand“ für non-and genannt) und auf die Rejektion $X \nabla Y$ (auch „nor“ für non-or genannt). „nand“ und „nor“ spielen bei der Computer-Logik eine besondere Rolle.

5-1-1-2 DARSTELLUNG DER RELATOREN MIT ∧ und ¬

	+X +Y	+X −Y	−X +Y	−X −Y	Relator	∧ , ¬
1)	+	+	+	+	X ⊤ Y	¬(X ∧ ¬X)
2)	+	+	+	−	X ∨ Y	¬(¬ X ∧ ¬Y)
3)	+	+	−	+	X ← Y	¬(¬ X ∧ Y)
4)	+	+	−	−	X ⌋ Y	¬(¬ X ∧ Y) ∧ ¬(¬ X ∧ ¬Y)
5)	+	−	+	+	X → Y	¬(X ∧ ¬Y)
6)	+	−	+	−	X ⌊ Y	¬(X ∧ ¬Y) ∧ ¬(¬ X ∧ Y)
7)	+	−	−	+	X ↔ Y	¬(X ∧ ¬Y) ∧ ¬(¬ X ∧ ¬Y)
8)	+	−	−	−	X ∧ Y	X ∧ Y
9)	−	+	+	+	X | Y	¬(X ∧ Y)
10)	−	+	+	−	X >< Y	¬(X ∧ Y) ∧ ¬(¬ X ∧ ¬Y)
11)	−	+	−	+	X ⌈ Y	¬(X ∧ Y) ∧ ¬(¬ X ∧ Y)
12)	−	+	−	−	X >− Y	X ∧ ¬Y
13)	−	−	+	+	X ⌉ Y	¬(X ∧ Y) ∧ ¬(X ∧ ¬Y)
14)	−	−	+	−	X −< Y	¬ X ∧ Y
15)	−	−	−	+	X ↲ Y	¬ X ∧ ¬Y
16)	−	−	−	−	X K Y	X ∧ ¬X

5-1-1-3 EINTEILUNG DER RELATOREN NACH GÜLTIGEN WELTEN

- 4-Welt-Relator: ⊤
- 3-Welt-Relatoren: → ← ∨ |
- 2-Welt-Relatoren: ↔ >< ⌋ ⌊ ⌉ ⌈
- 1-Welt-Relatoren: ∧ −< >− ∇
- 0-Welt-Relator: ⊥

5-1-1-4 ARTEN VON WAHRHEITS-TAFELN

• normale Wahrheitstafel

vollständig

	$(X$	$\rightarrow$	$Y)$	$\longrightarrow$	Y
1.	+	+	+	+	+
2.	+	−	−	+	−
3.	−	+	−	+	+
4.	−	+	+	−	−

konzentriert

	$(X \rightarrow Y)$	$\longrightarrow$	Y
1.	+	+	+
2.	−	+	−
3.	+	+	+
4.	+	−	−

• konjunktive Wahrheitstafel

	$(X \rightarrow Y)$	$\wedge$	Y	$\Rightarrow$	$(X \rightarrow Y) \longrightarrow Y$
1.	+	+	+	+	+
2.	−	−	−	+	+
3.	+	+	+	+	+
4.	+	−	−	+	−

konjunktive *Deutung*

1. $(X \rightarrow Y) \wedge Y \Rightarrow (X \rightarrow Y) \longrightarrow Y$ $(+-+-) \Rightarrow (+++-)$
2. $\neg(X \rightarrow Y) \wedge \neg Y \Rightarrow (X \rightarrow Y) \longrightarrow Y$ $(-+--) \Rightarrow (+++-)$
3. $(X \rightarrow Y) \wedge Y \Rightarrow (X \rightarrow Y) \longrightarrow Y$ $(+-+-) \Rightarrow (+++-)$
4. $(X \rightarrow Y) \wedge \neg Y \Rightarrow \neg[(X \rightarrow Y) \longrightarrow Y]$ $(---+) \Rightarrow (---+)$

• implikative Wahrheitstafel

Imp	$(X \rightarrow Y)$	$\longrightarrow$	Y
1.	+	±	+
2.	−	+	−
3.	+	±	+
4.	+	±	−

implikative *Deutung*

1. $(X \rightarrow Y) \longrightarrow Y$ $(+++-)$
2. $\neg(X \rightarrow Y) \Rightarrow \neg Y$ $(++++)$
3. $(X \rightarrow Y) \longrightarrow Y$ $(+++-)$
4. $(X \rightarrow Y) \longrightarrow \neg Y$ $(-+-+)$

Daneben gibt es noch die *verstärkte implikative* Wahrheitstafel.

5-1-1-5 VOLLSTÄNDIGE WAHRHEITSTAFEL FÜR $X \to Y$

	+X +Y	+X –Y	–X +Y	–X –Y		$X \to Y$
1) Tautologie	+	+	+	+	X T Y	+/–
2) Disjunktion	+	+	+	–	$X \vee Y$	+/–
3) Replikation	+	+	–	+	$X \leftarrow Y$	+/–
4) Präpension	+	+	–	–	$X \rfloor Y$	+/–
5) Implikation	+	–	+	+	$X \to Y$	+
6) Postpension	+	–	+	–	$X \lfloor Y$	+
7) Äquivalenz	+	–	–	+	$X \leftrightarrow Y$	+
8) Konjunktion	+	–	–	–	$X \wedge Y$	+
9) Exklusion	–	+	+	+	X | Y	+/–
10) Kontravalenz	–	+	+	–	X >< Y	+/–
11) Postnonpension	–	+	–	+	$X \lceil Y$	+/–
12) Postsektion	–	+	–	–	X >– Y	–
13) Pränonpension	–	–	+	+	$X \rceil Y$	+
14) Präsektion	–	–	+	–	X –< Y	+
15) Rejektion	–	–	–	+	$X \nabla Y$	+
(16) Antilogie	–	–	–	–	X K Y	+)

Die *normale Wahrheitstafel* kennt nur die 4 Relationen: $X \wedge Y$, X >– Y, X –< Y, $X \nabla Y$.
Die obige *vollständige* Wahrheitstafel berücksichtigt alle 16 logischen Möglichkeiten.
Allerdings ist die 16) Möglichkeit, die *Antilogie*, eine Kontradiktion; daher kann man sie nicht als echte Möglichkeit dazuzählen. Auch die *Tautologie* ist problematisch.
Es tauchen in der Wahrheitstafel unter dem $X \to Y$ 3 Werte auf: 1. +, 2. – und 3. +/–.
Dies ist folgendermaßen zu verstehen:

+: $\Phi \Rightarrow \Psi$: Ψ folgt logisch aus Φ. Z. B. $X \wedge Y \Rightarrow X \to Y$

– : $\Phi \Rightarrow \neg\Psi$: $\neg\Psi$ folgt logisch aus Φ. Z. B. X >– Y $\Rightarrow \neg(X \to Y)$

+/–: $\Phi \longrightarrow \Psi$: Ψ folgt semi-analytisch aus Φ. Z. B. $X \vee Y \longrightarrow X \to Y$

$\Phi \longrightarrow \neg\Psi$: $\neg\Psi$ folgt semi-analytisch aus Φ. Z. B. $X \vee Y \longrightarrow \neg(X \to Y)$

Bei +/– ist $X \to Y$ nicht partiell wahr (falsch), sondern nur nicht sicher abzuleiten.
Es gibt ohne Tautologie und Antilogie: 7 +, 6 ±, 1 –. Sonst 8 +, 7±, 1 –.
Allerdings kann man den Wert – auch dem ± unterordnen, dann erhält man 8+ und 8±.

5-1-2 Quantoren- und Prädikaten-Logik

5-1-2-1 EINFACHE ALL- UND PARTIKULÄR-RELATIONEN

	Intensional	Extensional	Kurz-Form
1. alle x sind F			
Quantoren-Logik	$\Lambda x(Fx)$	$\Lambda x(x \in F)$	$\Lambda(X)$
Prädikaten-Logik	$Fx_1 \wedge ... \wedge Fx_n$	$x_1 \in F \wedge ... \wedge x_n \in F$	$X_1 \wedge ... \wedge X_n$
2. alle x sind $\neg F$			
Quantoren-Logik	$\Lambda x\neg(Fx)$	$\Lambda x(x \notin F)$	$\Lambda\neg(X)$
Prädikaten-Logik	$\neg Fx_1 \wedge ... \wedge \neg Fx_n$	$x_1 \notin F \wedge ... \wedge x_n \notin F$	$\neg X_1 \wedge ... \wedge \neg X_n$
3. einige x sind F			
Quantoren-Logik	$Vx(Fx)$	$Vx(x \in F)$	$V(X)$
Prädikaten-Logik	$Fx_1 \vee ... \vee Fx_n$	$x_1 \in F \vee ... \vee x_n \in F$	$X_1 \vee ... \vee X_n$
4. einige x sind $\neg F$			
Quantoren-Logik	$Vx\neg(Fx)$	$Vx(x \notin F)$	$V\neg(X)$
Prädikaten-Logik	$\neg Fx_1 \vee ... \vee \neg Fx_n$	$x_1 \notin F \vee ... \vee x_n \notin F$	$\neg X_1 \vee ... \vee \neg X_n$

5-1-2-2 KOMPLEXE ALL- UND PARTIKULÄR-RELATIONEN

1. alle F sind G
   Sprache: ‚für alle x gilt: wenn sie F sind, sind sie auch G'
   Quantoren-Logik: $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$
   Prädikaten-Logik: $(Fx_1 \rightarrow Gx_1) \wedge (Fx_2 \rightarrow Gx_2) \wedge ... \wedge (Fx_n \rightarrow Gx_n)$
   Vereinfacht: $\Lambda(X \rightarrow Y)$

2. alle F sind nicht G
   Sprache: ‚für alle x gilt: wenn sie F sind, sind sie nicht G'
   Quantoren-Logik: $\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$
   Prädikaten-Logik: $(Fx_1 \rightarrow \neg Gx_1) \wedge (Fx_2 \rightarrow \neg Gx_2) \wedge ... \wedge (Fx_n \rightarrow \neg Gx_n)$
   Vereinfacht: $\Lambda(X \rightarrow \neg Y)$

3. einige F sind G
   Sprache: ‚für einige x gilt: sie sind F und sie sind G'
   Quantoren-Logik: $Vx(Fx \wedge Gx)$
   Prädikaten-Logik: $(Fx_1 \wedge Gx_1) \vee (Fx_2 \wedge Gx_2) \vee ... \vee (Fx_n \wedge Gx_n)$
   Vereinfacht: $V(X \wedge Y)$

4. einige F sind nicht G
   Sprache: ‚für einige x gilt: sie sind F und sie sind nicht G'
   Quantoren-Logik: $Vx(Fx \wedge \neg Gx)$
   Prädikaten-Logik: $(Fx_1 \wedge \neg Gx_1) \vee (Fx_2 \wedge \neg Gx_2) \vee ... \vee (Fx_n \wedge \neg Gx_n)$
   Vereinfacht: $V(X \wedge \neg Y)$

5-1-2-3 MODELLE FÜR ALL- UND PARTIKULÄR-RELATIONEN

MODELL 1: IMPLIKATION UND NEGIERTE IMPLIKATION

1. alle F sind G $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$
2. alle F sind nicht G $\Lambda x\neg(Fx \rightarrow Gx)$
3. einige F sind G $Vx(Fx \rightarrow Gx)$
4. einige F sind nicht G $Vx\neg(Fx \rightarrow Gx)$

MODELL 2: IMPLIKATION UND NEGATIVE IMPLIKATION

1. alle F sind G $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$
2. alle F sind nicht G $\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$
3. einige F sind G $Vx(Fx \rightarrow Gx)$
4. einige F sind nicht G $Vx\ (Fx \rightarrow \neg Gx)$

MODELL 3: KONJUNKTION UND NEGATIVE KONJUNKTION

1. alle F sind G $\Lambda x(Fx \wedge Gx)$
2. alle F sind nicht G $\Lambda x(Fx \wedge \neg Gx)$
3. einige F sind G $Vx(Fx \wedge Gx)$
4. einige F sind nicht G $Vx(Fx \wedge \neg Gx)$

MODELL 4: (NEG.) IMPLIKATION UND (NEG.) KONJUNKTION

1. alle F sind G $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$
2. alle F sind nicht G $\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$
3. einige F sind G $Vx(Fx \wedge Gx)$
4. einige F sind nicht G $Vx(Fx \wedge \neg Gx)$

MODELL 5: POSITIV-IMPLIKATION UND NEGATIVE POSITIV-IMPLIKATION

1. alle F sind G $\Lambda x(Fx *\!\rightarrow Gx)$
2. alle F sind nicht G $\Lambda x(Fx *\!\rightarrow \neg Gx)$
3. einige F sind G $Vx(Fx *\!\rightarrow Gx)$
4. einige F sind nicht G $Vx(Fx *\!\rightarrow \neg Gx)$

Bei der Positiv-Implikation gilt wie bereits dargestellt:
$\Lambda x(Fx *\!\rightarrow \neg Gx) \Leftrightarrow \Lambda x\neg(Fx *\!\rightarrow Gx)$ und entsprechend.
So kann man auch anders schreiben:

1. alle F sind G $\Lambda x(Fx *\!\rightarrow Gx)$
2. alle F sind nicht G $\Lambda x\neg(Fx *\!\rightarrow Gx)$
3. einige F sind G $Vx(Fx *\!\rightarrow Gx)$
4. einige F sind nicht G $Vx\neg(Fx *\!\rightarrow Gx)$

5-1-3 Quantitative Logik

5-1-3-1 ÜBERSICHT ÜBER DIE RELATOREN

	+X +Y	+X −Y	−X +Y	−X −Y		
1) Tautologie	+	+	+	+	p(X ⊤ Y)	$\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d}$
2) Disjunktion	+	+	+	–	p(X ∨ Y)	$\frac{a+b+c}{a+b+c+d}$
3) Replikation	+	+	–	+	X ← Y	$\frac{a+b+d}{a+b+c+d}$
4) Präpension	+	+	–	–	X ⌋ Y	$\frac{a+b}{a+b+c+d}$
5) Implikation	+	–	+	+	X → Y	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$
6) Postpension	+	–	+	–	X ⌊ Y	$\frac{a+c}{a+b+c+d}$
7) Äquivalenz	+	–	–	+	X ↔ Y	$\frac{a+d}{a+b+c+d}$
8) Konjunktion	+	–	–	–	X ∧ Y	$\frac{a}{a+b+c+d}$
9) Exklusion	–	+	+	+	X ∣ Y	$\frac{b+c+d}{a+b+c+d}$
10) Kontravalenz	–	+	+	–	X >< Y	$\frac{b+c}{a+b+c+d}$
11) Postnonpension	–	+	–	+	X ⌈ Y	$\frac{b+d}{a+b+c+d}$
12) Postsektion	–	+	–	–	X >– Y	$\frac{b}{a+b+c+d}$
13) Pränonpension	–	–	+	+	X ⌉ Y	$\frac{c+d}{a+b+c+d}$
14) Präsektion	–	–	+	–	X –< Y	$\frac{c}{a+b+c+d}$

15) Rejektion	– – – +	X ∇ Y	$\frac{d}{a+b+c+d}$
16) Antilogie	– – – –	X ⊥ Y	$\frac{0}{a+b+c+d}$

Ich habe im Text mehrfach begründet, dass ich den *Tautologator* und den *Antilogator* nicht als echte Relatoren ansehe. Ich berücksichtige sie daher normalerweise nicht.

5-1-3-2 POSITIV-IMPLIKATION

p(X *→ Y)	p(X *→ ¬ Y)	p(¬X *→ Y)	p(¬X *→ ¬Y)
$\frac{b}{a+b}$	$\frac{b}{a+b}$	$\frac{c}{c+d}$	$\frac{d}{c+d}$
p(X ←* Y)	p(¬X ←* Y)	p(X ←* ¬Y)	p(¬X ←* ¬Y)
$\frac{a}{a+c}$	$\frac{c}{a+c}$	$\frac{b}{b+d}$	$\frac{d}{b+d}$

5-1-3-3 QUANTITÄT

A) absolute Quantität q
- 1) der Klasse — q(Klasse) — z. B. 800
- 2) einer Teilklasse — q(Teilklasse) — z. B. 200

B) relative Quantität p
- 1) der Klasse — $\frac{q(Klasse)}{q(Klasse)}$ — z. B. 800/800 = 1
- 2) der Teilklasse — $\frac{q(Teilklasse)}{q(Klasse)}$
  - a) echte relative Quantität — z. B. 200/800
  - b) rechnerische relative Quantität
    - Bruchdarstellung
      - beliebiger Bruch — z. B. 225/900
      - maximal gekürzter Bruch (mit natürlichen Zahlen) — z. B. 1/4
    - Prozentdarstellung — z. B. 25%
    - Dezimaldarstellung — z. B. 0,25

5-1-4 Quantitative Aussagen-Logik

ÜBERSICHT ÜBER DIE RELATOREN, DETERMINISTISCH: p = 1

	+X +Y	+X −Y	−X +Y	−X −Y		
1) Disjunktion	+	+	+	–	$p(X \vee Y) = \dfrac{a+b+c}{a+b+c+d} = 1$	d = 0
2) Replikation	+	+	–	+	$p(X \leftarrow Y) = \dfrac{a+b+d}{a+b+c+d} = 1$	c = 0
3) Präpension	+	+	–	–	$p(X \rfloor Y) = \dfrac{a+b}{a+b+c+d} = 1$	c+d = 0
4) Implikation	+	–	+	+	$p(X \rightarrow Y) = \dfrac{a+c+d}{a+b+c+d} = 1$	b = 0
5) Postpension	+	–	+	–	$p(X \lfloor Y) = \dfrac{a+c}{a+b+c+d} = 1$	b+d = 0
6) Äquivalenz	+	–	–	+	$p(X \leftrightarrow Y) = \dfrac{a+d}{a+b+c+d} = 1$	b+c = 0
7) Konjunktion	+	–	–	–	$p(X \wedge Y) = \dfrac{a}{a+b+c+d} = 1$	b+c+d = 0
8) Exklusion	–	+	+	+	$p(X \mid Y) = \dfrac{b+c+d}{a+b+c+d} = 1$	a = 0
9) Kontravalenz	–	+	+	–	$p(X >< Y) = \dfrac{b+c}{a+b+c+d} = 1$	a+d = 0
10) Postnonpension	–	+	–	+	$p(X \lceil Y) = \dfrac{b+d}{a+b+c+d} = 1$	a+c = 0
11) Postsektion	–	+	–	–	$p(X >\!- Y) = \dfrac{b}{a+b+c+d} = 1$	a +c+d = 0
12) Pränonpension	–	–	+	+	$p(X \rceil Y) = \dfrac{c+d}{a+b+c+d} = 1$	a+b = 0
13) Präsektion	–	–	+	–	$p(X -\!< Y) = \dfrac{c}{a+b+c+d} = 1$	a+b+d = 0
14) Rejektion	–	–	–	+	$p(X \nabla Y) = \dfrac{d}{a+b+c+d} = 1$	a+b+c = 0

5-1-5 Quantitative Quantoren-Logik

All-Sätze p = 1, Neg. All-Sätze p = 0, Partikulär-Sätze p > 0, Neg. Partikulär-Sätze p < 1

5-1-5-1 ÜBERSICHT ÜBER PARTIKULÄR-SÄTZE (p > 0)

	+X +Y	+X −Y	−X +Y	−X −Y		
1) Disjunktion	+	+	+	−	$p(X \vee Y) = \dfrac{a+b+c}{a+b+c+d} > 0$	a+b+c > 0
2) Replikation	+	+	−	+	$p(X \leftarrow Y) = \dfrac{a+b+d}{a+b+c+d} > 0$	a+b+d > 0
3) Präpension	+	+	−	−	$p(X \rfloor Y) = \dfrac{a+b}{a+b+c+d} > 0$	a+b > 0
4) Implikation	+	−	+	+	$p(X \rightarrow Y) = \dfrac{a+c+d}{a+b+c+d} > 0$	a+c+d > 0
5) Postpension	+	−	+	−	$p(X \lfloor Y) = \dfrac{a+c}{a+b+c+d} > 0$	a+c > 0
6) Äquivalenz	+	−	−	+	$p(X \leftrightarrow Y) = \dfrac{a+d}{a+b+c+d} > 0$	a+d > 0
7) Konjunktion	+	−	−	−	$p(X \wedge Y) = \dfrac{a}{a+b+c+d} > 0$	a > 0
8) Exklusion	−	+	+	+	$p(X \mid Y) = \dfrac{b+c+d}{a+b+c+d} > 0$	b+c+d > 0
9) Kontravalenz	−	+	+	−	$p(X >< Y) = \dfrac{b+c}{a+b+c+d} > 0$	b+c > 0
10) Postnonpension	−	+	−	+	$p(X \lceil Y) = \dfrac{b+d}{a+b+c+d} > 0$	b+d > 0
11) Postsektion	−	+	−	−	$p(X >- Y) = \dfrac{b}{a+b+c+d} > 0$	b > 0
12) Pränonpension	−	−	+	+	$p(X \rceil Y) = \dfrac{c+d}{a+b+c+d} > 0$	c+d > 0
13) Präsektion	−	−	+	−	$p(X -< Y) = \dfrac{c}{a+b+c+d} > 0$	c > 0
14) Rejektion	−	−	−	+	$p(X \nabla Y) = \dfrac{d}{a+b+c+d} > 0$	d < 0

5-1-5-2 MODELLE FÜR ALL- UND PARTIKULÄR-RELATIONEN

MODELL 1: IMPLIKATION UND NEGIERTE IMPLIKATION

1. alle F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$		
2. alle F sind nicht G	$p(\neg(Fx \rightarrow Gx)) = 1$	oder	$p(Fx \rightarrow Gx) = 0$
3. einige F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) > 0$		
4. einige F sind nicht G	$p(\neg(Fx \rightarrow Gx)) > 0$	oder	$p(Fx \rightarrow Gx) < 1$

MODELL 2: IMPLIKATION UND NEGATIVE IMPLIKATION

1. alle F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow \neg Gx) = 1$
3. einige F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) > 0$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow \neg Gx) > 0$

MODELL 3: KONJUNKTION UND NEGATIVE KONJUNKTION

1. alle F sind G	$p(Fx \wedge Gx) = 1$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \wedge \neg Gx) = 1$
3. einige F sind G	$p(Fx \wedge Gx) > 0$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \wedge \neg Gx) > 0$

MODELL 4: (NEG.) IMPLIKATION UND (NEG.) KONJUNKTION

1. alle F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow \neg Gx) = 1$
3. einige F sind G	$p(Fx \wedge Gx) > 0$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \wedge \neg Gx) > 0$

MODELL 5: POSITIV-IMPLIKATION UND NEG. POSITIV-IMPLIKATION

1. alle F sind G	$p(Fx *\rightarrow Gx) = 1$		
2. alle F sind nicht G	$p(Fx *\rightarrow \neg Gx) = 1$	oder	$p(Fx *\rightarrow Gx) = 0$
3. einige F sind G	$p(Fx *\rightarrow Gx) > 0$		
4. einige F sind nicht G	$p(Fx *\rightarrow \neg Gx) > 0$	oder	$p(Fx *\rightarrow Gx) < 1$

Bei der Positiv-Implikation gilt wie bereits dargestellt:

$$p(Fx *\rightarrow Gx) = 0 \Leftrightarrow p(Fx *\rightarrow \neg Gx) = 1$$

So kann man auch anders schreiben:

1. alle F sind G	$p(Fx *\rightarrow Gx) = 1$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx *\rightarrow Gx) = 0$
3. einige F sind G	$p(Fx *\rightarrow Gx) > 0$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx *\rightarrow Gx) < 1$

5 – 2 LOGIK ANALYTISCHER RELATIONEN

5-2-1 AUSSAGEN-LOGIK

5-2-1-1 TAUTOLOGIEN DER IMPLIKATION (*MIT WAHRHEITSTAFELN*)

⇒

1.	− − − −	+ − − −	+ + − −	+ + + −	+ + + +
2.				+ + − +	
3.			+ − + −	+ + + −	
4.				+ − + +	
5.			+ − − +	+ + − +	
6.				+ − + +	
7.		− + − −	+ + − −	+ + + −	
8.				+ + − +	
9.			− + + −	+ + + −	
10.				− + + +	
11.			− + − +	+ + − +	
12.				− + + +	
13.		− − + −	+ − + −	+ + + −	
14.				+ − + +	
15.			− + + −	+ + + −	
16.				− + + +	
17.			− − + +	+ − + +	
18.				− + + +	
19.		− − − +	+ − − +	+ + − +	
20.				+ − + +	
21.			− + − +	+ + − +	
22.				− + + +	
23.			− − + +	+ − + +	
24.				− + + +	

Aus einer *Kontradiktion* folgt logisch *alles*: − − − − ⇒ alles
Aus *allem* folgt logisch eine *Tautologie*: alles ⇒ + + + +

Bei der *Positiv-Implikation* *→ bzw. *⇒ ist es anders:
Eine Positiv-Ableitung aus einer Kontradiktion ist *vollständig unbestimmt*.
Selbst der Positiv-Schluss von einer Kontradiktion auf eine *Tautologie* ist unbestimmt.

5-2-1-2 TAUTOLOGIEN DER IMPLIKATION (*MIT RELATIONEN*)

			$\Rightarrow$		
1.	X K Y	$X \wedge Y$	X	$X \vee Y$	X T Y
2.				$X \leftarrow Y$	
3.			Y	$X \vee Y$	
4.				$X \rightarrow Y$	
5.			$X \leftrightarrow Y$	$X \leftarrow Y$	
6.				$X \rightarrow Y$	
7.		$X \wedge \neg Y$	X	$X \vee Y$	
8.				$X \leftarrow Y$	
9.			X >< Y	$X \vee Y$	
10.				$X \mid Y$	
11.			$\neg Y$	$X \leftarrow Y$	
12.				$X \mid Y$	
13.		$\neg X \wedge Y$	Y	$X \vee Y$	
14.				$X \rightarrow Y$	
15.			X >< Y	$X \vee Y$	
16.				$X \mid Y$	
17.			$\neg X$	$X \rightarrow Y$	
18.				$X \mid Y$	
19.		$\neg X \wedge \neg Y$	$X \leftrightarrow Y$	$X \leftarrow Y$	
20.				$X \rightarrow Y$	
21.			$\neg Y$	$X \leftarrow Y$	
22.				$X \mid Y$	
23.			$\neg X$	$X \rightarrow Y$	
24.				$X \mid Y$	

Aus einer *Kontradiktion* folgt logisch *alles*: Kontradiktion $\Rightarrow$ alles
Aus *allem* folgt logisch eine *Tautologie*: alles $\Rightarrow$ Tautologie

T = Tautologie
K = Kontradiktion

5-2-1-3 ALLE (SEMI)ANALYTISCHEN VERBINDUNGEN VON →

		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	→	T	∨	←	⌋	→	⌊	↔	∧	$\vert$	><	⌈	>–	⌉	–<	∇	K
1.	T	T	∨	←	⌋	→	⌊	↔	∧	$\vert$	><	⌈	>–	⌉	–<	∇	K
2.	∨	T	T	←	←	→	→	↔	↔	$\vert$	$\vert$	⌈	⌈	⌉	⌉	∇	∇
3.	←	T	∨	T	∨	→	⌊	→	⌊	$\vert$	><	$\vert$	><	⌉	–<	⌉	–<
4.	⌋	T	T	T	T	→	→	→	→	$\vert$	$\vert$	$\vert$	$\vert$	⌉	⌉	⌉	⌉
5.	→	T	∨	←	⌋	T	∨	←	⌋	$\vert$	><	⌈	–<	$\vert$	><	⌈	–<
6.	⌊	T	T	←	←	T	T	←	←	$\vert$	$\vert$	⌈	⌈	><	><	⌈	⌈
7.	↔	T	∨	T	∨	T	∨	T	∨	$\vert$	><	$\vert$	><	$\vert$	><	$\vert$	><
8.	∧	T	T	T	T	T	T	T	T	$\vert$	$\vert$	$\vert$	$\vert$	$\vert$	$\vert$	$\vert$	$\vert$
9.	$\vert$	T	∨	←	⌋	→	⌊	↔	∧	T	∨	←	⌋	→	⌊	↔	∧
10.	><	T	T	←	←	→	→	↔	↔	T	T	←	←	→	→	↔	↔
11.	⌈	T	∨	T	∨	→	⌊	→	⌊	T	∨	T	∨	→	⌊	→	⌊
12.	>–	T	T	T	T	→	→	→	→	T	T	T	T	→	→	→	→
13.	⌉	T	∨	←	⌋	T	∨	←	⌋	T	∨	←	⌋	T	∨	←	⌋
14.	–<	T	T	←	←	T	T	←	←	T	T	←	←	T	T	←	←
15.	∇	T	∨	T	∨	T	∨	T	∨	T	∨	T	∨	T	∨	T	∨
16.	K	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

Diese Tabelle gibt alle analytischen oder semi-analytischen möglichen *Implikationen* an.
Die Relation in der Tabelle gibt dann an, welchem Relator (welcher synthetischen Relation) die Implikation entspricht: T = Tautologie, K = Kontradiktion.

Diese Tabelle ist folgendermaßen zu lesen (erst linke Nummer, dann rechte Nummer):
z. B.: 2.3. [(X ∨ Y) ⟶ (X ← Y)] ⇔ (X ← Y)
z. B.: 7.15. [(X ↔ Y) ⟶ (X ∇ Y)] ⇔ (X | Y)
Es ist interessant, wie viele Symmetrien die Tabelle enthält.

5-2-1-4 LOGISCHES QUADRAT UND GEGENSATZ

Man kann Beziehungen zwischen bestimmten Relatoren durch das *logische Quadrat* angeben.

$$\begin{array}{ccc} X \wedge Y & {}^{+}|^{+} & X \nabla Y \\ \\ \Downarrow & {}^{+}{>}{<}^{+} & \Downarrow \\ \\ X \vee Y & {}^{+}\vee^{+} & X \mid Y \end{array}$$

Vor allem lassen sich auf diese Weise *Gegensätze* darstellen, nach ihrer Stärke geordnet:

Kontradiktorisch	$X >< Y$:	entweder ist X gültig oder Y
Konträr	$X \mid Y$:	X und Y sind nicht beide gültig
Subkonträr	$X \vee Y$:	X und Y sind nicht beide ungültig
Subaltern	$X \rightarrow Y$:	wenn X gültig ist, dann auch Y

Man könnte zwar auch *synthetische* Gegensätze definieren (entsprechend den oben genannten Relatoren), aber normalerweise versteht man in der Logik die Gegensätze als *analytisch*; insofern kommen die analytischen Versionen der Relatoren zum Einsatz: ${}^{*}{>}{<}^{+}$ ${}^{+}|^{+}$ ${}^{+}\vee^{+}$ $\Rightarrow$

$$\begin{array}{ccccc} & & \text{Konträr} & & \\ \\ & X \wedge Y & {}^{+}|^{+} & X \nabla Y & \\ \\ & & \text{kontra-} & & \\ \text{subaltern} & \Downarrow & {}^{+}{>}{<}^{+} & \Downarrow & \text{subaltern} \\ & & \text{diktorisch} & & \\ \\ & X \vee Y & {}^{+}\vee^{+} & X \mid Y & \\ \\ & & \text{subkonträr} & & \end{array}$$

Zur besseren Übersicht die einzelnen Gegensatz-Relationen des Quadrats gelistet:

$X \wedge Y \ {}^{+}{>}{<}^{+} \ X \mid Y$ kontradiktorisch
$X \nabla Y \ {}^{+}{>}{<}^{+} \ X \vee Y$

$X \wedge Y \ {}^{+}|^{+} \ X \nabla Y$ konträr

$X \wedge Y \Rightarrow X \vee Y$ subaltern
$X \nabla Y \Rightarrow X \mid Y$

$X \vee Y \ {}^{+}\vee^{+} \ X \mid Y$ subkonträr

5-2-2 Quantoren- und Prädikaten-Logik

5-2-2-1 LOGISCHES QUADRAT

Normale Sprache

alle	$^{+}|^{+}$	alle nicht
$\Downarrow$	$^{+}{>}{<}^{+}$	$\Downarrow$
einige	$^{+}\vee^{+}$	einige nicht

Einfache Relationen: Quantoren-Logik

$\Lambda x(Fx)$	$^{+}|^{+}$	$\Lambda x\neg(Fx)$
$\Downarrow$	$^{+}{>}{<}^{+}$	$\Downarrow$
$\mathrm{V}x(Fx)$	$^{+}\vee^{+}$	$\mathrm{V}x\neg(Fx)$

Einfache Relationen: Prädikaten-Logik

$Fx_1 \wedge \ldots \wedge Fx_n$	$^{+}|^{+}$	$\neg Fx_1 \wedge \ldots \wedge \neg Fx_n$
$\Downarrow$	$^{+}{>}{<}^{+}$	$\Downarrow$
$Fx_1 \vee \ldots \vee Fx_n$	$^{+}\vee^{+}$	$\neg Fx_1 \vee \ldots \vee \neg Fx_n$

Komplexe Relationen: Quantoren-Logik

$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$	$^{+}|^{+}$	$\Lambda x\neg(Fx \rightarrow Gx)$
$\Downarrow$	$^{+}{>}{<}^{+}$	$\Downarrow$
$\mathrm{V}x(Fx \rightarrow Gx)$	$^{+}\vee^{+}$	$\mathrm{V}x\neg(Fx \rightarrow Gx)$

Das Zeichen $^{+}{>}{<}^{+}$ in der Mitte bezieht sich auf *beide* Diagonalen.
(Die Quadratform ist nicht exakt eingehalten, um die Abbildungen nicht zu groß zu machen.)

5-2-2-2 GESETZE

• einfache Relationen

Äquivalenzen

$\Lambda x(Fx)$	$\Leftrightarrow$	$\neg Vx\neg(Fx)$
$\Lambda x\neg(Fx)$	$\Leftrightarrow$	$\neg Vx(Fx)$
$\neg\Lambda x(Fx)$	$\Leftrightarrow$	$Vx\neg(Fx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx)$	$\Leftrightarrow$	$Vx(Fx)$

Schlüsse (die aus den Äquivalenzen folgen, eine Auswahl)

$\Lambda x(Fx)$	$\Rightarrow$	$\neg Vx\neg(Fx)$
$\Lambda x\neg(Fx)$	$\Rightarrow$	$\neg Vx(Fx)$
$\neg\Lambda x(Fx)$	$\Rightarrow$	$Vx\neg(Fx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx)$	$\Rightarrow$	$Vx(Fx)$

Schlüsse (die nicht aus den Äquivalenzen folgen)

$\Lambda x(Fx)$	$\Rightarrow$	$Vx(Fx)$
$\neg\Lambda x(Fx)$	$\Leftarrow$	$\neg Vx(Fx)$
$\Lambda x\neg(Fx)$	$\Rightarrow$	$Vx\neg(Fx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx)$	$\Leftarrow$	$\neg Vx\neg(Fx)$

• komplexe Relationen

Äquivalenzen

$\Lambda x(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$\neg Vx\neg(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$\neg Vx(Fx \wedge \neg Gx)$
$\Lambda x\neg(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$\neg Vx(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$\neg Vx\neg(Fx \wedge \neg Gx)$
$\neg\Lambda x(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$Vx\neg(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$Vx(Fx \wedge \neg Gx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$Vx(Fx \to Gx)$	$\Leftrightarrow$	$Vx\neg(Fx \wedge \neg Gx)$

Schlüsse (die aus den Äquivalenzen folgen, eine Auswahl)

$\Lambda x(Fx \to Gx)$	$\Rightarrow$	$\neg Vx\neg(Fx \to Gx)$
$\Lambda x\neg(Fx \to Gx)$	$\Rightarrow$	$\neg Vx(Fx \to Gx)$
$\neg\Lambda x(Fx \to Gx)$	$\Rightarrow$	$Vx\neg(Fx \to Gx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx \to Gx)$	$\Rightarrow$	$Vx(Fx \to Gx)$

Schlüsse (die nicht aus den Äquivalenzen folgen)

$\Lambda x(Fx \to Gx)$	$\Rightarrow$	$Vx(Fx \to Gx)$
$\neg\Lambda x(Fx \to Gx)$	$\Leftarrow$	$\neg Vx(Fx \to Gx)$
$\Lambda x\neg(Fx \to Gx)$	$\Rightarrow$	$Vx\neg(Fx \to Gx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx \to Gx)$	$\Leftarrow$	$\neg Vx\neg(Fx \to Gx)$

Durch Verwendung einer spezifischen *Individuen-Konstante* x_i sind zusätzlich z. B. folgende Schlüsse möglich:

$\Lambda x(Fx) \Rightarrow Fx_i$
$\Lambda x\neg(Fx) \Rightarrow \neg Fx_i$
$Fx_i \Rightarrow Vx(Fx)$
$\neg Fx_i \Rightarrow Vx\neg(Fx)$

5-2-2-3 MODAL- UND HYPER-LOGIK

Man kann auf der *Quantoren-Logik* eine *Modal-Logik* bzw. andere Logiken aufbauen. Dabei zeigt sich, dass sich Unterschiede z. B. zwischen *notwendig* und *möglich* rein quantitativ auffassen lassen, nämlich dem Unterschied zwischen *alle* und *einige* entsprechen.

Zur Orientierung über die logischen Beziehungen sei das *logische Quadrat* dargestellt:

alle	$^{+}|^{+}$	alle ¬
⇓	$^{+}{>}{<}^{+}$	⇓
einige	$^{+}\vee^{+}$	einige ¬

	ALLE ¬EINIGE¬	¬ALLE¬ EINIGE	¬ALLE EINIGE¬	ALLE¬ ¬EINIGE
1) MODALITÄT				
1.Alethisch	Notwendig	¬Notwendig¬	¬Notwendig	Notwendig¬
	¬Möglich¬	Möglich	Möglich¬	¬Möglich
	Unmöglich¬	*¬Unmöglich*	*¬Unmöglich¬*	*UNMÖGLICH*
2.Normativ	Müssen	(¬Müssen¬)	(¬Müssen)	Müssen¬
	(¬Dürfen¬)	Dürfen	Dürfen¬	(¬Dürfen)
3.Deontisch	Geboten	¬Geboten¬	¬Geboten	Geboten¬
	¬Erlaubt¬	Erlaubt	Erlaubt¬	¬Erlaubt
	Verboten¬	*¬Verboten*	*¬Verboten¬*	*VERBOTEN*
2) Sonstige				
1.Zeit	Immer	¬Immer¬	¬Immer	Immer¬
	¬Manchmal¬	Manchmal	Manchmal¬	¬Manchmal
	Niemals¬	*¬Niemals*	*¬Niemals¬*	*NIEMALS*
2.Ort	Überall	¬Überall¬	¬Überall	Überall¬
	¬Mancherorts¬	Mancherorts	Mancherorts¬	¬Mancherorts
	Nirgends¬	*¬Nirgends*	*¬Nirgends¬*	*NIRGENDS*

Jede Logik beruht primär auf 2 Operatoren, z. B. „notwendig“ und „möglich“. Es gibt aber immer einen dritten abgeleiteten Operator, hier „unmöglich“. Der wird *kursiv* geschrieben bzw. in seiner Normalform GROSS.

5-2-3 Quantitative Logik

5-2-3-1 SCHLÜSSE MIT UNGLEICHUNGEN

Die Schlüsse gelten auch für die *Positiv-Implikation* $*\rightarrow$ bzw. $*\Rightarrow$.

1. $p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \geq r/n$
2. $p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \leq r/n$
3. $p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \geq (n-r)/n$
4. $p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \geq (n-r)/n$

1. $\underline{p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \leq r/n}$
Schlüsse, die aussagen-logisch (qualitativ) nur *partiell* analytisch sind, aber Umkehrungen von vollständigen Schlüssen sind.
Z. B.: $X \vee Y \longrightarrow Y$ oder $X \vee Y \longrightarrow X \wedge Y$
Die gültigen Welten der Konklusion sind eine Teilmenge der gültigen Welten der Prämisse.
- $p(X \vee Y) = r/n \Rightarrow p(Y) \leq r/n$
- $p(X \vee Y) = r/n \Rightarrow p(X \wedge Y) \leq r/n$

2. $\underline{p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \geq r/n}$
Schlüsse, die aussagen-logisch (qualitativ) *streng* analytisch sind. Die gültigen Welten der Prämisse sind eine Teilmenge der gültigen Welten der Konklusion.
- $p(Y) = r/n \Rightarrow p(X \vee Y) \geq r/n$
- $p(X \wedge Y) = r/n \Rightarrow p(X \vee Y) \geq r/n$

3. $\underline{p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \geq (n-r)/n}$
Schlüsse, die aussagen-logisch (qualitativ) *partiell* analytisch sind. Dabei schneiden sich die Mengen der gültigen Welten von Prämisse und Konklusion.
- $p(X \rightarrow Y) = r/n \Rightarrow p(X \leftarrow Y) \geq (n-r)/n$
- $p(X \rightarrow Y) = r/n \Rightarrow p(\neg Y) \geq (n-r)/n$

4. $\underline{p(\Phi) = r/n \Rightarrow p(\Psi) \leq (n-r)/n}$
Schlüsse, die aussagen-logisch (qualitativ) *partiell* analytisch sind. Dabei sind Prämisse und Konklusion in keiner Welt gemeinsam gültig.
- $p(X \wedge Y) = r/n \Rightarrow p(X \wedge \neg Y) \leq (n-r)/n$
- $p(X \wedge Y) = r/n \Rightarrow p(X \nabla Y) \leq (n-r)/n$

5-2-3-2 GLEICHUNGEN

1. *Negation*
$p(\Phi) = r/n \Leftrightarrow p\neg(\Phi) = 1 - r/n.$ $p\neg(\Phi) =_{df} p(\Psi)$
$p(\Phi) = r/n \Leftrightarrow p(\Psi) = 1 - r/n$
$p(\Phi) = 1 - p(\Psi)$ bzw. $p(\Psi) = 1 - p(\Phi)$ bzw. $p(\Phi) + p(\Psi) = 1$

2. *Addition*
$p(\Phi_1) + p(\Phi_2) = p(\Psi)$
Beispiel: $p(X \wedge Y) + p(X \nabla Y) = p(X \leftrightarrow Y)$
$p(\Phi_1) + p(\Phi_2) + ... + p(\Phi_n) = p(\Psi)$
Beispiel: $p(X \wedge Y) + p(X -< Y) + p(X \nabla Y) = p(X \rightarrow Y)$

3. *Subtraktion*
$p(\Phi_1) - p(\Phi_2) = p(\Psi)$
Beispiel: $p(X >< Y) - p(X -< Y) = p(X >- Y)$

$p(\Phi_1) - p(\Phi_2) - ... - p(\Phi_n) = p(\Psi)$
Beispiel: $p(X \vee Y) - (p(X -< Y) - p(X >- Y) = p(X \wedge Y)$

4. *Kombiniert*
Beispiel (Konjunktion): $p(X \rightarrow Y) + p(X \leftarrow Y) - 1 = p(X \leftrightarrow Y)$

Qualitativ: $(X \rightarrow Y) \wedge (X \leftarrow Y) \Leftrightarrow X \leftrightarrow Y$

Beispiel (Disjunktion): $p(X >< Y) + p(X \mid Y) = p(X \mid Y)$

Qualitativ : $(X >< Y) \vee p(X \mid Y) \Leftrightarrow p(X \mid Y)$

(Hier muss man in der quantitativen Formel die *doppelten* Variablen bzw. Buchstaben streichen.)

5-2-3-3 TABELLE: (POSITIV-)SCHLUSS $p(X \wedge Y) = r/n$ $*\!\longrightarrow$ $p(X\ R\ Y) = s/n$
Prämisse = Konjunktion ∧. Relation R = ⌋, →, >– u. ä. Für n = 1 bis n = 4
z. B. $p(X \wedge Y) = 0/3$, dann kann $p(X \rightarrow Y)$ folgende Werte annehmen: 3/3, 2/3, 1/3, 0/3

n	p(X ∧ Y)	⟶ *⟶	p(X) = p(X ⌋ Y)	p(X → Y)	p(X >– Y)
	$\frac{a}{a+b+c+d}$		$\frac{a+b}{a+b+c+d}$	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$	$\frac{b}{a+b+c+d}$
1	1/1		1/1	1/1	0/1
	0/1		1/1	1/1	1/1
			0/1	0/1	0/1
2	2/2		2/2	2/2	0/2
	1/2		2/2	2/2	1/2
			1/2	1/2	0/2
	0/2		2/2	2/2	2/2
			1/2	1/2	1/2
			0/2	0/2	0/2
3	3/3		3/3	3/3	0/3
	2/3		3/3	3/3	1/3
			2/3	2/3	0/3
	1/3		3/3	3/3	2/3
			2/3	2/3	1/3
			1/3	1/3	0/3
	0/3		3/3	3/3	3/3
			2/3	2/3	2/3
			1/3	1/3	1/3
			0/3	0/3	0/3
4	4/4		4/4	4/4	0/4
	3/4		4/4	4/4	1/4
			3/4	3/4	0/4
	2/4		4/4	4/4	2/4
			3/4	3/4	1/4
			2/4	2/4	0/4
	1/4		4/4	4/4	3/4
			3/4	3/4	2/4
			2/4	2/4	1/4
			1/4	1/4	0/4
	0/4		4/4	4/4	4/4
			3/4	3/4	3/4
			2/4	2/4	2/4
			1/4	1/4	1/4
			0/4	0/4	0/4

5-2-4 Quantitative Aussagen-Logik

TAUTOLOGIEN DER IMPLIKATION - DETERMINISTISCH

		$\Rightarrow$		$\Rightarrow$	
1.	$p(X \wedge Y) = 1$		$p(X \rfloor Y) = 1$		$p(X \vee Y) = 1$
2.					$p(X \leftarrow Y) = 1$
3.			$p(X \lfloor Y) = 1$		$p(X \vee Y) = 1$
4.					$p(X \rightarrow Y) = 1$
5.			$p(X \leftrightarrow Y) = 1$		$p(X \leftarrow Y) = 1$
6.					$p(X \rightarrow Y) = 1$
7.	$p(X >- Y) = 1$		$p(X \rfloor Y) = 1$		$p(X \vee Y) = 1$
8.					$p(X \leftarrow Y) = 1$
9.			$p(X >< Y) = 1$		$p(X \vee Y) = 1$
10.					$p(X \mid Y) = 1$
11.			$p(X \lceil Y) = 1$		$p(X \leftarrow Y) = 1$
12.					$p(X \mid Y) = 1$
13.	$p(X -< Y) = 1$		$p(X \lfloor Y) = 1$		$p(X \vee Y) = 1$
14.					$p(X \rightarrow Y) = 1$
15.			$p(X >< Y) = 1$		$p(X \vee Y) = 1$
16.					$p(X \mid Y) = 1$
17.			$p(X \rceil Y) = 1$		$p(X \rightarrow Y) = 1$
18.					$p(X \mid Y) = 1$
19.	$p(X \nabla Y) = 1$		$p(X \leftrightarrow Y) = 1$		$p(X \leftarrow Y) = 1$
20.					$p(X \rightarrow Y) = 1$
21.			$p(X \lceil Y) = 1$		$p(X \leftarrow Y) = 1$
22.					$p(X \mid Y) = 1$
23.			$p(X \rceil Y) = 1$		$p(X \rightarrow Y) = 1$
24.					$p(X \mid Y) = 1$

Entsprechend gelten aussagen-logisch z. B.:

$$p(X \vee Y) = 0 \;\Rightarrow\; p(X \rfloor Y) = 0 \;\Rightarrow\; p(X \wedge Y) = 0$$

Und quantoren-logisch:

$$p(X \wedge Y) > 0 \;\Rightarrow\; p(X \rfloor Y) > 0 \;\Rightarrow\; p(X \vee Y) > 0$$

$$p(X \vee Y) < 1 \;\Rightarrow\; p(X \rfloor Y) < 1 \;\Rightarrow\; p(X \wedge Y) < 1$$

5-2-5 Quantitative Quantoren-Logik

LOGISCHES QUADRAT

Normale Sprache

Alle	$^{+}\mid^{+}$	Alle nicht
$\Downarrow$	$^{+}><^{+}$	$\Downarrow$
Einige	$^{+}\vee^{+}$	Einige nicht

Einfache Relationen

$p(Fx) = 1$	$^{+}\mid^{+}$	$p(Fx) = 0$
$\Downarrow$	$^{+}><^{+}$	$\Downarrow$
$p(Fx) > 0$	$^{+}\vee^{+}$	$p(Fx) < 1$

Komplexe Relationen

$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$	$^{+}\mid^{+}$	$p(Fx \rightarrow Gx) = 0$
$\Downarrow$	$^{+}><^{+}$	$\Downarrow$
$p(Fx \rightarrow Gx) > 0$	$^{+}\vee^{+}$	$p(Fx \rightarrow Gx) < 1$

5 – 3 META-LOGIK SYNTHETISCHER RELATIONEN

5-3-1 Aussagen-Logik

THEORETISCHE WAHRSCHEINLICHKEIT DER RELATOREN

	+X +Y	+X –Y	–X +Y	–X –Y		p^T
1) Tautologie	+	+	+	+	X ⊤ Y	4/4 = 1
2) Disjunktion	+	+	+	–	X ∨ Y	3/4 = 0,75
3) Replikation	+	+	–	+	X ← Y	3/4 = 0,75
4) Implikation	+	–	+	+	X → Y	3/4 = 0,75
5) Exklusion	–	+	+	+	X ∣ Y	3/4 = 0,75
6) Präpension	+	+	–	–	X ⌋ Y	2/4 = 0,5
7) Postpension	+	–	+	–	X ⌊ Y	2/4 = 0,5
8) Äquivalenz	+	–	–	+	X ↔ Y	2/4 = 0,5
9) Kontravalenz	–	+	+	–	X >< Y	2/4 = 0,5
10) Postnonpension	–	+	–	+	X ⌈ Y	2/4 = 0,5
11) Pränonpension	–	–	+	+	X ⌉ Y	2/4 = 0,5
12) Konjunktion	+	–	–	–	X ∧ Y	1/4 = 0,25
13) Postsektion	–	+	–	–	X >– Y	1/4 = 0,25
14) Präsektion	–	–	+	–	X –< Y	1/4 = 0,25
15) Rejektion	–	–	–	+	X ∇ Y	1/4 = 0,25
16) Antilogie	–	–	–	–	X ⊥ Y	0/4 = 0

5-3-2 Quantoren- und Prädikaten-Logik

5-3-2-1 MODELLE FÜR ALL- UND PARTIKULÄR-RELATIONEN

alle:	n/n	vereinfacht:	alle:	n
alle nicht:	0/n		alle nicht:	0
einige:	> 0/n		einige:	> 0
einige nicht:	< n/n		einige nicht:	< n

		p^T
MODELL 1: IMPLIKATION UND NEGIERTE IMPLIKATION		
1. alle F sind G	$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$	$3^n/4^n$
2. alle F sind nicht G	$\Lambda x\neg(Fx \rightarrow Gx)$	$1/4^n$
3. einige F sind G	$Vx(Fx \rightarrow Gx)$	$(4^n - 1)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$Vx\neg(Fx \rightarrow Gx)$	$(4^n - 3^n)/4^n$
MODELL 2: IMPLIKATION UND NEGATIVE IMPLIKATION		
1. alle F sind G	$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$	$3^n/4^n$
2. alle F sind nicht G	$\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$	$3^n/4^n$
3. einige F sind G	$Vx(Fx \rightarrow Gx)$	$(4^n - 1)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$Vx\ (Fx \rightarrow \neg Gx)$	$(4^n - 1)/4^n$
MODELL 3: KONJUNKTION UND NEGATIVE KONJUNKTION		
1. alle F sind G	$\Lambda x(Fx \wedge Gx)$	$1/4^n$
2. alle F sind nicht G	$\Lambda x(Fx \wedge \neg Gx)$	$1/4^n$
3. einige F sind G	$Vx(Fx \wedge Gx)$	$(4^n - 3^n)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$Vx(Fx \wedge \neg Gx)$	$(4^n - 3^n)/4^n$
MODELL 4: (NEG.) IMPLIKATION UND (NEG.) KONJUNKTION		
1. alle F sind G	$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$	$3^n/4^n$
2. alle F sind nicht G	$\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$	$3^n/4^n$
3. einige F sind G	$Vx(Fx \wedge Gx)$	$(4^n - 3^n)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$Vx(Fx \wedge \neg Gx)$	$(4^n - 3^n)/4^n$
MODELL 5: (NEGATIVE) POSITIV-IMPLIKATION		
1. alle F sind G	$\Lambda x(Fx *\!\rightarrow Gx)$	$1/2^n$
2. alle F sind nicht G	$\Lambda x(Fx *\!\rightarrow \neg Gx)$	$1/2^n$
3. einige F sind G	$Vx(Fx *\!\rightarrow Gx)$	$(2^n - 1)/2^n$
4. einige F sind nicht G	$Vx(Fx *\!\rightarrow \neg Gx)$	$(2^n - 1)/2^n$

5-3-2-2 STATISTISCHE VERTEILUNG MIT 3 INDIVIDUEN: x, y, z (n = 3)

	X∧Y	X∧¬Y	¬X∧Y	¬X∧¬Y	p^T
	+ +	+ –	+ –	+ +	
	a	b	c	d	
1.	x,y,z				1/64
2.	x,y	z			1/64
3	x,z	y			1/64
4.	y,z	x			1/64
5.	x	y,z			1/64
6.	y	x,z			1/64
7.	z	x,y			1/64
8.		x,y,z			1/64
9.	x,y		z		1/64
10.	x,z		y		1/64
11.	y,z		x		1/64
12.	x,y			z	1/64
13.	x,z			y	1/64
14.	y,z			x	1/64
15.	x	y	z		1/64
16.	x	z	y		1/64
17.	y	x	z		1/64
18.	y	z	x		1/64
19.	z	x	y		1/64
20.	z	y	x		1/64
21.	x	y		z	1/64
22.	x	z		y	1/64
23.	y	x		z	1/64
24.	y	z		x	1/64
25.	z	x		y	1/64
26.	z	y		x	1/64
27.		x,y			1/64
28.		x,z			1/64
29.		y,z			1/64
30.		x,y		z	1/64
31.		x,z		y	1/64
32.		y,z		x	1/64
33	x		y,z		1/64
34	y		x,z		1/64
35	z		x,y		1/64
36	x		y	z	1/64
37	x		z	y	1/64
38	y		x	z	1/64
39	y		z	x	1/64
40	z		x	y	1/64
41	z		y	x	1/64
42	x			y,z	1/64
43	y			x,z	1/64
44	z			x,y	1/64
45		x	y,z		1/64
46		y	x,z		1/64

47		z	x,y		1/64
48		x	y	z	1/64
49		x	z	y	1/64
50		y	x	z	1/64
51		y	z	x	1/64
52		z	x	y	1/64
53		z	y	x	1/64
54		x		y,z	1/64
55		y		x,z	1/64
56		z		x,y	1/64
57			x,y,z		1/64
58			x,y	z	1/64
59			x,z	y	1/64
60			y,z	x	1/64
61			x	y,z	1/64
62			y	x,z	1/64
63			z	x,y	1/64
64				x,y,z	1/64
					64/64

5-3-2-3 STATISTISCHE VERTEILUNG, ZUSAMMENFASSUNG (n = 3)

Nr.	$X \wedge Y$	$X \wedge \neg Y$	$\neg X \wedge Y$	$\neg X \wedge \neg Y$	p^T
	a	b	c	d	
1)	3	0	0	0	1/64
2)	2	1	0	0	3/64
3)	1	2	0	0	3/64
4)	0	3	0	0	1/64
5)	2	0	1	0	3/64
6)	2	0	0	1	3/64
7)	1	1	1	0	6/64
8)	1	1	0	1	6/64
9)	0	2	1	0	3/64
10)	0	2	0	1	3/64
11)	1	0	2	0	3/64
12)	1	0	1	1	6/64
13)	1	0	0	2	3/64
14)	0	1	2	0	3/64
15)	0	1	1	1	6/64
16)	0	1	0	2	3/64
17)	0	0	3	0	1/64
18)	0	0	2	1	3/64
19)	0	0	1	2	3/64
20)	0	0	0	3	1/64
					64/64

5-3-3 Quantitative Logik

5-3-3-1 p^T SYNTHETISCHER RELATIONEN DES TYPS „IMPLIKATION“
Implikation →, Replikation ←, Disjunktion ∨, Exklusion | . Für n = 1 bis n = 8
z. B. die 1. Zeile ist für die Implikation → zu lesen: $p^T[p(X \to Y) = 1/1] = 3/4 = 0{,}75 = 75\%$

Variablen n	Objekt-Werte p Zähler	Nenner	Meta-Werte p^T Zähler	Nenner	Meta-Werte dezimal	Meta-Werte % (genauer)
1	1	1	3	4	0,75	75,00 %
	0	1	1	4	0,25	25,00 %
2	2	2	9	16	0,56	56,20 %
	1	2	6	16	0,38	37,50 %
	0	2	1	16	0,06	6,25 %
3	3	3	27	64	0,42	42,19 %
	2	3	27	64	0,42	42,19 %
	1	3	9	64	0,14	14,06 %
	0	3	1	64	0,02	1,56 %
4	4	4	81	256	0,32	32,64 %
	3	4	108	256	0,42	42,19 %
	2	4	54	256	0,21	21,09 %
	1	4	12	256	0,05	4,69 %
	0	4	1	256	≈ 0	0,39 %
5	5	5	243	1024	0,24	23,73 %
	4	5	405	1024	0,40	39,55 %
	3	5	270	1024	0,26	26,37 %
	2	5	90	1024	0,09	8,79 %
	1	5	15	1024	0,01	1,46 %
	0	5	1	1024	≈ 0	0,10 %
6	6	6	729	4096	0,18	17,80 %
	5	6	1558	4096	0,38	38,04 %
	4	6	1215	4096	0,30	29,66 %
	3	6	540	4096	0,13	13,18 %
	2	6	135	4096	0,03	3,30 %
	1	6	18	4096	≈ 0	0,44 %
	0	6	1	4096	≈ 0	0,02 %
7	7	7	2187	16384	0,13	13,35 %
	6	7	5103	16384	0,31	31,15 %
	5	7	5103	16384	0,31	31,15 %
	4	7	2835	16384	0,17	17,30 %
	3	7	945	16384	0,06	5,77 %
	2	7	189	16384	0,01	1,15 %
	1	7	21	16384	≈ 0	0,13 %
	0	7	1	16384	≈ 0	0,01 %
8	8	8	6561	65536	0,10	10,01 %
	7	8	17496	65536	0,27	26,70 %
	6	8	20412	65536	0,31	31,13 %
	5	8	13608	65536	0,21	20,76 %
	4	8	5607	65536	0,09	8,56 %
	3	8	1512	65536	0,02	2,31 %
	2	8	252	65536	≈ 0	0,38 %
	1	8	24	65536	≈ 0	0,04 %
	0	8	1	65536	≈ 0	≈ 0 %

5-3-3-2 p^T SYNTHETISCHER RELATIONEN DES TYPS „KONJUNKTION“
für Konjunktion ∧, Präsektion –<, Postsektion >–, Rejektion ∇ . Für n = 1 bis n = 8
z. B. die 1. Zeile ist für die Konjunktion ∧ zu lesen: $p^T[p(X \wedge Y) = 1/1] = 1/4 = 0{,}25 = 25\%$

Variablen n	Objekt-Werte p Zähler	Nenner	Meta-Werte p^T Zähler	Nenner	Meta-Werte Dezimal	Meta-Werte % (genauer)
1	1	1	1	4	0,25	25,00 %
	0	1	3	4	0,75	75,00 %
2	2	2	1	16	0,06	6,25 %
	1	2	6	16	0,38	37,50 %
	0	2	9	16	0,56	56,20 %
3	3	3	1	64	0,02	1,56 %
	2	3	9	64	0,14	14,06 %
	1	3	27	64	0,42	42,19 %
	0	3	27	64	0,42	42,19 %
4	4	4	1	256	≈ 0	0,39 %
	3	4	12	256	0,05	4,69 %
	2	4	54	256	0,21	21,09 %
	1	4	108	256	0,42	42,19 %
	0	4	81	256	0,32	32,64 %
5	5	5	1	1024	≈ 0	0,10 %
	4	5	15	1024	0,01	1,46 %
	3	5	90	1024	0,09	8,79 %
	2	5	270	1024	0.26	26,37 %
	1	5	405	1024	0,40	39,55 %
	0	5	243	1024	0,24	23,73 %
6	6	6	1	4096	≈ 0	0,02 %
	5	6	18	4096	≈ 0	0,44 %
	4	6	135	4096	0,03	3,30 %
	3	6	540	4096	0,13	13,18 %
	2	6	1215	4096	0,30	29,66 %
	1	6	1558	4096	0,38	38,04 %
	0	6	729	4096	0,18	17,80%
7	7	7	1	16384	≈ 0	0,01 %
	6	7	21	16384	≈ 0	0,13 %
	5	7	189	16384	0,01	1,15 %
	4	7	945	16384	0,06	5,77 %
	3	7	2835	16384	0,17	17,30 %
	2	7	5103	16384	0,31	31,15 %
	1	7	5103	16384	0,31	31,15 %
	0	7	2187	16384	0,13	13,35 %
8	8	8	1	65536	≈ 0	≈ 0 %
	7	8	24	65536	≈ 0	0,04 %
	6	8	252	65536	≈ 0	0,38 %
	5	8	1512	65536	0,02	2,31 %
	4	8	5607	65536	0,09	8,56 %
	3	8	13608	65536	0,21	20,76 %
	2	8	20412	65536	0,31	31,13 %
	1	8	17496	65536	0,27	26,70 %
	0	8	6561	65536	0,10	10,01 %

5-3-3-3 p^T SYNTHETISCHER RELATIONEN DES TYPS „ÄQUIVALENZ“
für Äquivalenz ↔, Kontravalenz ><, auch Positiv-Implikation u. a. Für n = 1 bis n = 8
z. B. die 1. Zeile ist für die Äquivalenz ↔ zu lesen: $p^T[p(X \leftrightarrow Y) = 1/1] = 1/2 = 0{,}50 = 50\%$

Variablen n	Objekt-Werte p Zähler	Nenner	Meta-Werte p^T Zähler	Nenner	p^T gekürzt Zähler	Nenner	p^T dez.	p^T prozent.
1	1	1	2	4	1	2	0,50	50,00 %
	0	1	2	4	1	2	0,50	50,00 %
2	2	2	4	16	1	4	0,25	25,00 %
	1	2	8	16	2	4	0,50	50,00 %
	0	2	4	16	1	4	0,25	25,00 %
3	3	3	8	64	1	8	0,13	12,50 %
	2	3	24	64	3	8	0,38	37,50 %
	1	3	24	64	3	8	0,38	37,50 %
	0	3	8	64	1	8	0,13	12,50 %
4	4	4	16	256	1	16	0,06	6,25 %
	3	4	64	256	4	16	0,25	25,00 %
	2	4	96	256	6	16	0,38	37,50 %
	1	4	64	256	4	16	0,25	25,00 %
	0	4	16	256	1	16	0,06	6,25 %
5	5	5	32	1024	1	32	0,03	3,13 %
	4	5	160	1024	5	32	0,16	15,63 %
	3	5	320	1024	10	32	0,31	31,25 %
	2	5	320	1024	10	32	0,31	31,25 %
	1	5	160	1024	5	32	0,16	15,63 %
	0	5	32	1024	1	32	0,03	3,13 %
6	6	6	64	4096	1	64	0,02	1,56 %
	5	6	384	4096	6	64	0,09	9,38 %
	4	6	960	4096	15	64	0,23	23,44 %
	3	6	1280	4096	20	64	0,31	31,25 %
	2	6	960	4096	15	64	0,23	23,44 %
	1	6	384	4096	6	64	0,09	9,38 %
	0	6	64	4096	1	64	0,02	1,56 %
7	7	7	128	16384	1	128	0,01	0,78 %
	6	7	896	16384	7	128	0,06	5,47 %
	5	7	2688	16384	21	128	0,16	16,41 %
	4	7	4480	16384	35	128	0,27	27,34 %
	3	7	4480	16384	35	128	0,27	27,34 %
	2	7	2688	16384	21	128	0,16	16,41 %
	1	7	896	16384	7	128	0,06	5,47 %
	0	7	128	16384	1	128	0,01	0,78 %
8	8	8	256	65536	1	256	≈ 0	0,39 %
	7	8	2048	65536	8	256	0,03	3,13 %
	6	8	7168	65536	28	256	0,11	10,94 %
	5	8	14336	65536	56	256	0,22	21,88 %
	4	8	17920	65536	70	256	0,27	27,34 %
	3	8	14336	65536	56	256	0,22	21,88 %
	2	8	7168	65536	28	256	0,11	10,94 %
	1	8	2048	65536	8	256	0,03	3,13 %
	0	8	256	65536	1	256	≈ 0	0,39 %

5-3-3-4 FORMELN ZUR BERECHNUNG VON p^T

Hier geht es um *quantitative* Relationen, der Form p(Φ R Ψ) = r/n

semi-tautologische Relationen:	p^T(Struktur) > 0,5	z. B. p(X → Y) = r/n
semi-kontradiktorische Relationen:	p^T(Struktur) < 0,5	z. B. p(X ∧ Y) = r/n
neutrale Relationen:	p^T(Struktur) = 0,5	z. B. p(X ↔ Y) = r/n

Dabei kommen 3 Formeln zum Einsatz:

1) *semi-tautologische Relationen*: $p^T = \binom{n}{r}(3/4)^r(1/4)^{n-r}$

Für folgende Relatoren bzw. Relationen, jeweils in quantitativer Form, z. B. p(X → Y) = r/n

- X → Y
- X ← Y
- X ∨ Y
- X | Y

2) *semi-kontradiktorische* Relationen: $p^T = \binom{n}{r}(1/4)^r(3/4)^{n-r}$

- X ∧ Y
- X >– Y
- X –< Y
- X ∇ Y

3) *neutrale* Relationen: $p^T = \binom{n}{r}(1/2)^r(1/2)^{n-r}$

- X ↔ Y
- X >< Y
- X ⌋ Y
- X ⌊ Y
- X ⌉ Y
- X ⌈ Y

Diese Formel gilt auch für die Positiv-*Implikation* X *→ Y.
Wenn man die Parallele zu den anderen Formeln betonen will, kann man hier statt 1/2 auch 2/4 einsetzen.

5-3-3-5 ÜBERSICHT: META-WERTE DER IMPLIKATION

IMPLIKATION UND NEGIERTE IMPLIKATION

A) qualitativ	$X \rightarrow Y$	$\neg(X \rightarrow Y)$
1. theoret. Wahrsch.	$p^T = 3/4$	$p^T = 1/4$
2. Tautologie-Grad	$p^T = 3/4$	$p^T = 1/4$
3. Informationsgehalt	$p^I = 1/4$	$p^I = 3/4$
4. Bestimmtheit	$p^B = 1/3$	$p^B = 1/1$
5. Abhängigkeit	$p^A = 1/1 = 1$	$p^A = 1/1 = 1$

B) quantitativ (z. B.)		$p(X \rightarrow Y) = 4/4$	$p(X \rightarrow Y) = 2/4$	$p(X \rightarrow Y) = 0/4$
1. theoret. Wahrsch.	$p^T =$	81/256	54/256	1/256
2. Tautologie-Grad	$p^T =$	81/256	54/256	1/256
3. Informationsgehalt	$p^I =$	175/256	202/256	255/256
4. Bestimmtheit	$p^B =$	1/81	1/54	1/1 = 1
5. Abhängigkeit	$p^A =$	4/4 = 1	0/4 = 0	4/4 = 1

Anmerkungen

- Die Berechnungen der Werte sind im Text erläutert.
- Den Tautologie-Grad könnte man auch mit w^T angeben, für theoretische Wahrheit. Der Einheitlichkeit halber verwende ich aber immer ‚p', das allgemein für *relative Größe* steht, z. B. p^B für die relative Größe der Bestimmtheit.
- Bei „qualitativ" könnte man noch angeben:
  implizite Wahrscheinlichkeit von $X \rightarrow Y$: $p = 1$
  implizite Wahrscheinlichkeit von $\neg(X \rightarrow Y)$: $p = 0$
- Für synthetische Relationen ist nur eine *synthetische* Abhängigkeit definiert.
- Es gibt verschiedene Modelle zur Berechnung der *Abhängigkeit* (vgl. im Text). Hier wird wie folgt berechnet:

  Qualitativ:

  $p^A [X \rightarrow Y] = |1/1 - 0/1| = 1$ positive Abhängigkeit
  $p^A [\neg(X \rightarrow Y)] = |0/1 - 1/1| = 1$ negative Abhängigkeit

  Quantitativ:

  $p^A [p(X \rightarrow Y) = 4/4] = |4/4 - 0/4| = 4/4 = 1$ positive Abhängigkeit
  $p^A [p(X \rightarrow Y) = 2/4] = |2/4 - 2/4| = 0/4 = 0$ keine Abhängigkeit
  $p^A [p(X \rightarrow Y) = 0/4] = |0/4 - 4/4| = 4/4 = 1$ negative Abhängigkeit

5-3-4 Quantitative Aussagen-Logik

5-3-4-1 p^T BEI DETERMINISTISCHEN RELATIONEN (p = 1)

Nummer	Name	Wahrheits-verteilung	Relator p = 1	p^T	p^T dez.
1)	Disjunktion	+ + + –	$p(X \vee Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
2)	Replikation	+ + – +	$p(X \leftarrow Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
3)	Präpension	+ + – –	$p(X \rfloor Y) = 1$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
4)	Implikation	+ – + +	$p(X \rightarrow Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
5)	Postpension	+ – + –	$p(X \lfloor Y) = 1$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
6)	Äquivalenz	+ – – +	$p(X \leftrightarrow Y) = 1$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
7)	Konjunktion	+ – – –	$p(X \wedge Y) = 1$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
8)	Exklusion	– + + +	$p(X \mid Y) = 1$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
9)	Kontravalenz	– + + –	$p(X >\!< Y) = 1$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
10)	Postnonpension	– + – +	$p(X \rceil Y) = 1$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
11)	Postsektion	– + – –	$p(X >\!- Y) = 1$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
12)	Pränonpension	– – + +	$p(X \rceil Y) = 1$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
13)	Präsektion	– – + –	$p(X -\!< Y) = 1$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
14)	Rejektion	– – – +	$p(X \nabla Y) = 1$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$

5-3-4-2 p^T BEI NULLISTISCHEN RELATIONEN (p = 0)

Nummer	Name	Wahrheits-verteilung	Relator p = 0	p^T	p^T dez.
1)	Disjunktion	+ + + –	$p(X \vee Y) = 0$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
2)	Replikation	+ + – +	$p(X \leftarrow Y) = 0$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
3)	Präpension	+ + – –	$p(X \rfloor Y) = 0$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
4)	Implikation	+ – + +	$p(X \rightarrow Y) = 0$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
5)	Postpension	+ – + –	$p(X \lfloor Y) = 0$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
6)	Äquivalenz	+ – – +	$p(X \leftrightarrow Y) = 0$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
7)	Konjunktion	+ – – –	$p(X \wedge Y) = 0$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
8)	Exklusion	– + + +	$p(X \mid Y) = 0$	$(1/4)^n$	$0{,}25^n$
9)	Kontravalenz	– + + –	$p(X >\!< Y) = 0$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
10)	Postnonpension	– + – +	$p(X \rceil Y) = 0$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
11)	Postsektion	– + – –	$p(X >\!- Y) = 0$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
12)	Pränonpension	– – + +	$p(X \rceil Y) = 0$	$(2/4)^n$	$0{,}50^n$
13)	Präsektion	– – + –	$p(X -\!< Y) = 0$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$
14)	Rejektion	– – – +	$p(X \nabla Y) = 0$	$(3/4)^n$	$0{,}75^n$

5-3-4-3 FORMELN ZUR BERECHNUNG VON p^T (bei p = 1 oder p = 0)

Hier geht es um *quantitative* Relationen der Form p(Φ R Ψ) = 1 oder p(Φ R Ψ) = 0

- *semi-tautologische* Relationen: p^T(Struktur) > 0,5 z. B. $p(X \rightarrow Y) = r/n$
- *semi-kontradiktorische* Relationen p^T(Struktur) < 0,5 z. B. $p(X \wedge Y) = r/n$
- *neutrale* Relationen: p^T(Struktur) = 0,5 z. B. $p(X \leftrightarrow Y) = r/n$

Dabei kommen 3 Formeln zum Einsatz:

1) *semi-tautologische Relationen*: $p^T = \binom{n}{r}(3/4)^r(1/4)^{n-r}$

$p^T[p = 1, r = n] = (3/4)^r$ oder $(3/4)^n$

$p^T[p = 0, r = 0] = (1/4)^n$

Für folgende Relatoren bzw. Relationen, jeweils in quantitativer Form, z. B. $p(X \rightarrow Y) = r/n$

- $X \rightarrow Y$
- $X \leftarrow Y$
- $X \vee Y$
- $X \mid Y$

2) *semi-kontradiktorische Relationen*: $p^T = \binom{n}{r}(1/4)^r(3/4)^{n-r}$

$p^T[p = 1, r = n] = (1/4)^r$ oder $(1/4)^n$

$p^T[p = 0, r = 0] = (3/4)^n$

- $X \wedge Y$
- $X >\!\!- Y$
- $X -\!\!< Y$
- $X \nabla Y$

3) *neutrale Relationen*: $p^T = \binom{n}{r}(1/2)^r(1/2)^{n-r}$

$p^T[p = 1, r = n] = (1/2)^r$ oder $(1/2)^n$

$p^T[p = 0, r = 0] = (1/2)^n$

(analog zu den anderen Formeln könnte man für 1/2 natürlich auch 2/4 einsetzen)

- $X \leftrightarrow Y$ • $X >\!< Y$
- $X \rfloor Y$ • $X \lfloor Y$
- $X \rceil Y$ • $X \lceil Y$

5-3-5 Quantitative Quantoren-Logik

MODELLE FÜR QUANTITATIVE ALL- UND PARTIKULÄR-RELATIONEN

alle: n/n	alle nicht: 0/n	einige: > 0/n	einige nicht: < n/n
p = 1: p = n/n	p = 0: p = 0/n	p > 0: p > 0/n	p < 1: p < n/n

		p^T
MODELL 1: IMPLIKATION UND NEGIERTE IMPLIKATION		
1. alle F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$	$3^n/4^n$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 0$	$1/4^n$
3. einige F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) > 0$	$(4^n - 1)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow Gx) < 1$	$(4^n - 3^n)/4^n$
MODELL 2: IMPLIKATION UND NEGATIVE IMPLIKATION		
1. alle F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$	$3^n/4^n$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow \neg Gx) = 1$	$3^n/4^n$
3. einige F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) > 0$	$(4^n - 1)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow \neg Gx) > 0$	$(4^n - 1)/4^n$
MODELL 3: KONJUNKTION UND NEGATIVE KONJUNKTION		
1. alle F sind G	$p(Fx \wedge Gx) = 1$	$1/4^n$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \wedge \neg Gx) = 1$	$1/4^n$
3. einige F sind G	$p(Fx \wedge Gx) > 0$	$(4^n - 3^n)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \wedge \neg Gx) > 0$	$(4^n - 3^n)/4^n$
MODELL 4: (NEG.) IMPLIKATION UND (NEG.) KONJUNKTION		
1. alle F sind G	$p(Fx \rightarrow Gx) = 1$	$3^n/4^n$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx \rightarrow \neg Gx) = 1$	$3^n/4^n$
3. einige F sind G	$p(Fx \wedge Gx) > 0$	$(4^n - 3^n)/4^n$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx \wedge \neg Gx) > 0$	$(4^n - 3^n)/4^n$
MODELL 5: (NEGATIVE) POSITIV-IMPLIKATION		
1. alle F sind G	$p(Fx *\!\rightarrow Gx) = 1$	$1/2^n$
2. alle F sind nicht G	$p(Fx *\!\rightarrow Gx) = 0$	$1/2^n$
3. einige F sind G	$p(Fx *\!\rightarrow Gx) > 0$	$(2^n - 1)/2^n$
4. einige F sind nicht G	$p(Fx *\!\rightarrow Gx) < 1$	$(2^n - 1)/2^n$

5 – 4 META-LOGIK ANALYTISCHER RELATIONEN

5-4-1 Aussagen-Logik

5-4-1-1 p^T BEI SCHLÜSSEN

- $p^T = 4/4 = 1,00$ $X \wedge Y \Rightarrow Y$
- $p^T = 2/4 = 0,50$ $X \vee Y \longrightarrow X \wedge Y$
- $p^T = 1/4 = 0,25$ $X \vee Y \longrightarrow X \nabla Y$
- $p^T = 0/4 = 0,00$ $X \vee \neg X \nRightarrow Y \wedge \neg Y$

5-4-1-2 p^T BEI ANDEREN ANALYTISCHEN RELATIONEN

- $p^T = 4/4 = 1,00$ $X \,{}^{+}\!\vee^{+} \neg X$
- $p^T = 3/4 = 0,75$ $(X \vee Y) \,{}^{+}\!\vee^{-} (X \wedge Y)$
- $p^T = 2/4 = 0,50$ $(X \leftrightarrow Y) \,{}^{+}\!\vee^{-} (X \wedge Y)$
- $p^T = 1/4 = 0,25$ $(X \vee Y) \,{}^{+}\!\wedge^{-} (X \wedge Y)$
- $p^T = 0/4 = 0,00$ $X \,{}^{-}\!\wedge^{-} \neg X$

5-4-1-3 p^T BEI POSITIV-SCHLÜSSEN

Hier ergeben sich *mehr* unterschiedliche Werte als bei normalen Schlüssen.
Für $p^T = 1$ findet man verschiedene Möglichkeiten, z. B. 4/4, 3/3, 2/2, 1/1, ebenso bei $p^T = 0$.
Der Nenner berechnet sich jeweils nach der Anzahl der + der Prämisse.

- $p^T = 4/4 = 1,00$ $X \vee \neg X \;{*}{\Rightarrow} \neg(X \wedge \neg X)$ + + + +
- $p^T = 3/4 = 0,75$ $X \vee \neg X \;{*}{\longrightarrow} X \vee Y$ + + + −
- $p^T = 2/3 = 0,66$ $X \vee Y \;{*}{\longrightarrow} Y$ + − + □
- $p^T = 1/2 = 0,50$ $X \;{*}{\longrightarrow} X \wedge Y$ + − □ □
- $p^T = 1/3 = 0,33$ $X \vee Y \;{*}{\longrightarrow} X \wedge Y$ + − − □
- $p^T = 1/4 = 0,25$ $X \vee \neg X \;{*}{\longrightarrow} X \wedge Y$ + − − −
- $p^T = 0/1 = 0,00$ $X \wedge Y \;{*}{\nRightarrow} \neg(X \wedge Y)$ − □ □ □

5-4-2 Quantoren- und Prädikaten-Logik

5-4-2-1 WAHRHEITSTABELLEN FÜR $V(X \to Y) \longrightarrow \Lambda(X \to Y)$

$p^T[Vx(Fx \to Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \to Gx)]$ bzw. $p^T[V(X \to Y) \longrightarrow \Lambda(X \to Y)]$ Bei n = 3

	X_1	$\to$	Y_1	$\vee$	X_2	$\to$	Y_2	$\vee$	X_3	$\to$	Y_3	$\vee$	$\longrightarrow$	$\wedge$	X_1	$\to$	Y_1	$\wedge$	X_2	$\to$	Y_2	$\wedge$	X_3	$\to$	Y_3
1	+	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+		+	+	+
2	+	+	+		+	+	+		+	−	−	+	−	−	+	+	+		+	+	+		+	−	−
3	+	+	+		+	+	+		−	+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+		−	+	+
4	+	+	+		+	+	+		−	+	−	+	+	+	+	+	+		+	+	+		−	+	−
5	+	+	+		+	−	−		+	+	+	+	−	−	+	+	+		+	−	−		+	+	+
6	+	+	+		+	−	−		+	−	−	+	−	−	+	+	+		+	−	−		+	−	−
7	+	+	+		+	−	−		−	+	+	+	−	−	+	+	+		+	−	−		−	+	+
8	+	+	+		+	−	−		−	+	−	+	−	−	+	+	+		+	−	−		−	+	−
9	+	+	+		−	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+		−	+	+		+	+	+
10	+	+	+		−	+	+		+	−	−	+	−	−	+	+	+		−	+	+		+	−	−
11	+	+	+		−	+	+		−	+	+	+	+	+	+	+	+		−	+	+		−	+	+
12	+	+	+		−	+	+		−	+	−	+	+	+	+	+	+		−	+	+		−	+	−
13	+	+	+		−	+	−		+	+	+	+	+	+	+	+	+		−	+	−		+	+	+
14	+	+	+		−	+	−		+	−	−	+	−	−	+	+	+		−	+	−		+	−	−
15	+	+	+		−	+	−		−	+	+	+	+	+	+	+	+		−	+	−		−	+	+
16	+	+	+		−	+	−		−	+	−	+	+	+	+	+	+		−	+	−		−	+	−
17	+	−	−		+	+	+		+	+	+	+	−	−	+	−	−		+	+	+		+	+	+
18	+	−	−		+	+	+		+	−	−	+	−	−	+	−	−		+	+	+		+	−	−
19	+	−	−		+	+	+		−	+	+	+	−	−	+	−	−		+	+	+		−	+	+
20	+	−	−		+	+	+		−	+	−	+	−	−	+	−	−		+	+	+		−	+	−
21	+	−	−		+	−	−		+	+	+	+	−	−	+	−	−		+	−	−		+	+	+
22	+	−	−		+	−	−		+	−	−	−	+	−	+	−	−		+	−	−		+	−	−
23	+	−	−		+	−	−		−	+	+	+	−	−	+	−	−		+	−	−		−	+	+
24	+	−	−		+	−	−		−	+	−	+	−	−	+	−	−		+	−	−		−	+	−
25	+	−	−		−	+	+		+	+	+	+	−	−	+	−	−		−	+	+		+	+	+
26	+	−	−		−	+	+		+	−	−	+	−	−	+	−	−		−	+	+		+	−	−
27	+	−	−		−	+	+		−	+	+	+	−	−	+	−	−		−	+	+		−	+	+
28	+	−	−		−	+	+		−	+	−	+	−	−	+	−	−		−	+	+		−	+	−
29	+	−	−		−	+	−		+	+	+	+	−	−	+	−	−		−	+	−		+	+	+
30	+	−	−		−	+	−		+	−	−	+	−	−	+	−	−		−	+	−		+	−	−
31	+	−	−		−	+	−		−	+	+	+	−	−	+	−	−		−	+	−		−	+	+
32	+	−	−		−	+	−		−	+	−	+	−	−	+	−	−		−	+	−		−	+	−
33	−	+	+		+	+	+		+	+	+	+	+	+	−	+	+		+	+	+		+	+	+
34	−	+	+		+	+	+		+	−	−	+	−	−	−	+	+		+	+	+		+	−	−
35	−	+	+		+	+	+		−	+	+	+	+	+	−	+	+		+	+	+		−	+	+
36	−	+	+		+	+	+		−	+	−	+	+	+	−	+	+		+	+	+		−	+	−
37	−	+	+		+	−	−		+	+	+	+	−	−	−	+	+		+	−	−		+	+	+
38	−	+	+		+	−	−		+	−	−	+	−	−	−	+	+		+	−	−		+	−	−
39	−	+	+		+	−	−		−	+	+	+	−	−	−	+	+		+	−	−		−	+	+
40	−	+	+		+	−	−		−	+	−	+	−	−	−	+	+		+	−	−		−	+	−
41	−	+	+		−	+	+		+	+	+	+	+	+	−	+	+		−	+	+		+	+	+
42	−	+	+		−	+	+		+	−	−	+	−	−	−	+	+		−	+	+		+	−	−
43	−	+	+		−	+	+		−	+	+	+	+	+	−	+	+		−	+	+		−	+	+

$Vx(Fx \to Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \to Gx)$ bzw. $V(X \to Y) \longrightarrow \Lambda(X \to Y)$ 2. Seite

	X_1	$\to$	Y_1	$\vee$	X_2	$\to$	Y_2	$\vee$	X_3	$\to$	Y_3	$\vee$	$\longrightarrow$	$\wedge$	X_1	$\to$	Y_1	$\wedge$	X_2	$\to$	Y_2	$\wedge$	X_3	$\to$	Y_3
44	−	+	+		−	+	+		−	+	−	+	+	+	−	+	+		−	+	+		−	+	−
45	−	+	+		−	+	−		+	+	+	+	+	+	−	+	+		−	+	−		+	+	+
46	−	+	+		−	+	−		+	−	−	+	−	−	−	+	+		−	+	−		+	−	−
47	−	+	+		−	+	−		−	+	+	+	+	+	−	+	+		−	+	−		−	+	+
48	−	+	+		−	+	−		−	+	−	+	+	+	−	+	+		−	+	−		−	+	−
49	−	+	−		+	+	+		+	+	+	+	+	+	−	+	−		+	+	+		+	+	+
50	−	+	−		+	+	+		+	−	−	+	−	−	−	+	−		+	+	+		+	−	−
51	−	+	−		+	+	+		−	+	+	+	+	+	−	+	−		+	+	+		−	+	+
52	−	+	−		+	+	+		−	+	−	+	+	+	−	+	−		+	+	+		−	+	−
53	−	+	−		+	−	−		+	+	+	+	−	−	−	+	−		+	−	−		+	+	+
54	−	+	−		+	−	−		+	−	−	+	−	−	−	+	−		+	−	−		+	−	−
55	−	+	−		+	−	−		−	+	+	+	−	−	−	+	−		+	−	−		−	+	+
56	−	+	−		+	−	−		−	+	−	+	−	−	−	+	−		+	−	−		−	+	−
57	−	+	−		−	+	+		+	+	+	+	+	+	−	+	−		−	+	+		+	+	+
58	−	+	−		−	+	+		+	−	−	+	−	−	−	+	−		−	+	+		+	−	−
59	−	+	−		−	+	+		−	+	+	+	+	+	−	+	−		−	+	+		−	+	+
60	−	+	−		−	+	+		−	+	−	+	+	+	−	+	−		−	+	+		−	+	−
61	−	+	−		−	+	−		+	+	+	+	+	+	−	+	−		−	+	−		+	+	+
62	−	+	−		−	+	−		+	−	−	+	−	−	−	+	−		−	+	−		+	−	−
63	−	+	−		−	+	−		−	+	+	+	+	+	−	+	−		−	+	−		−	+	+
64	−	+	−		−	+	−		−	+	−	+	+	+	−	+	−		−	+	−		−	+	−
													28+												

63+ 27+

Die Wahrheitstafel wurde zur Übersichtlichkeit modifiziert, die *zentralen* Relatoren stehen mittig. Für die theoretische Wahrscheinlichkeit p^T (hier am Beispiel n = 3) ergibt sich:

• Synthetisch:
$p^T[Vx(Fx \to Gx)]$ $= (4^n - 1)/4^n$ $= (4^3 - 1)/4^3$ $= 63/64 = 0{,}98$
$p^T[\Lambda x(Fx \to Gx)]$ $= (3/4)^n$ $= (3/4)^3$ $= 27/64 = 0{,}42$

• Analytisch:
$p^T[Vx(Fx \to Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \to Gx)]$ $= (3^n + 1)/ 4^n$ $= (3^3 + 1)/ 4^3$ $= 28/64 = 0{,}44$
Erläuterung zur *Implikation* $\to$:
Nenner: die Implikation ist für *alle* möglichen Welten definiert, der Nenner bei n = 3 ist daher: $4^3 = 64$
Zähler: den Zähler kann man unter dem Zentral-Relator $\longrightarrow$ ablesen. Die Implikation ist nur falsch, wenn die Prämisse wahr und die Konklusion falsch ist. Das ist in 36 Welten gegeben. Daher ergibt sich für den Zähler: 64 – 36 = 28. Also: $p^T = 28/64$.

$p^T[Vx(Fx \to Gx) *\!\!\longrightarrow \Lambda x(Fx \to Gx)]$ $= (3^n)/4^n - 1$ $= (3^3)/4^3 - 1$ $= 27/63 = 0{,}43$
Bei der *Positiv-Implikation* $*\!\!\to$ ergäben sich abweichende Werte:
Nenner: die Positiv-Implikation wird *nur* für die Welten definiert, in denen die Prämisse wahr (+) ist. In *einer* Welt (Zeile 22) ist die Prämisse falsch. Der Nenner ist also: 64 –1 = 63.
Zähler: auch für den Zähler ergibt sich *ein* + weniger, der Zähler beträgt somit 28 – 1 = 27. Also: $p^T = 27/63$.

5-4-2-2 p^T BZW. FOLGE-GRAD BEI QUANTOREN-LOGISCHEN SCHLÜSSEN

1. EINFACHE TAUTOLOGIE

$p^T = (2/2)^n = 1$

• $\Lambda x(Fx) \Rightarrow Vx(Fx)$ • $\Lambda x\neg(Fx) \Rightarrow Vx\neg(Fx)$

• $\neg Vx\neg(Fx) \Rightarrow \neg\Lambda\neg(Fx)$ • $\neg Vx(Fx) \Rightarrow \neg\Lambda(Fx)$

2. KOMPLEXE TAUTOLOGIE

$p^T = (4/4)^n = 1$

• $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) \Rightarrow Vx(Fx \rightarrow Gx)$ • $\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx) \Rightarrow Vx(Fx \rightarrow \neg Gx)$

3. EINFACH SEMI-ANALYTISCH

$p^T = 1/2^{n-1}$

• $Vx(Fx) \longrightarrow \Lambda x(Fx)$ • $Vx\neg(Fx) \longrightarrow \Lambda x\neg(Fx)$

4. KOMPLEX SEMI-ANALYTISCH

$p^T = (3^n + 1)/4^n$

• $Vx(Fx \rightarrow Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$ • $Vx(Fx \rightarrow \neg Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$

$p^T = (4^n - 2^n)/4^n$

• $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) \longrightarrow Vx(Fx \wedge Gx)$ • $\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx) \longrightarrow Vx(Fx \wedge \neg Gx)$

VERGLEICH von *Implikation* und *Positiv-Implikation*:

• einfach

Implikation	Positiv-Implikation
$\Lambda x(Fx) \Rightarrow Vx(Fx)$ $p^T = (2/2)^n = 1$	$\Lambda x(Fx)\ {*}{\Rightarrow}\ Vx(Fx)$ $p^T = (1/1)^n = 1$
$Vx(Fx) \longrightarrow \Lambda x(Fx)$ $p^T = 1/2^{n-1}$	$Vx(Fx)\ {*}{\longrightarrow}\ \Lambda x(Fx)$ $p^T = 1/(2^n - 1)$

• komplex

Implikation	Positiv-Implikation
$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) \Rightarrow Vx(Fx \rightarrow Gx)$ $p^T = (4/4)^n = 1$	$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)\ {*}{\Rightarrow}\ Vx(Fx \rightarrow Gx)$ $p^T = (3/3)^n = 1$
$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) \longrightarrow Vx(Fx \wedge Gx)$ $p^T = (4^n - 2^n)/4^n$	$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)\ {*}{\longrightarrow}\ Vx(Fx \wedge Gx)$ $p^T = (3^n - 2^n)/3^n$
$Vx(Fx \rightarrow Gx) \longrightarrow \Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$ $p^T = (3^n + 1)/4^n$	$Vx(Fx \rightarrow Gx)\ {*}{\longrightarrow}\ \Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$ $p^T = 3^n/(4^n - 1)$

5-4-3 Quantitative Logik

5-4-3-1 FORMELN ZUR BERECHNUNG VON p^T BEI POSITIV-SCHLÜSSEN

Die Formeln sind jeweils auf *quantitative* Schlüsse mit der *Positiv-Implikation* anzuwenden, z. B. der Form $p(X \rightarrow Y) = r/n$ $*\!\longrightarrow$ $p(X \wedge Y) = s/n$ (genauer vgl. 4-3-3-1 bis 4-3-3-3)

1. Schluss von einer Relation mit strukturell $p^T = 3/4$ (z. B. $X \rightarrow Y$)

- auf eine Relation mit $p^T = 2/4$

$$\binom{r}{r-s}(2/3)^s(1/3)^{r-s}$$

Diese Formel ist z. B. auf folgende (semi-analytische) Schlüsse anzuwenden (jeweils in quantitativer Form):

$(X \rightarrow Y)$ $*\!\longrightarrow$ $(X \leftrightarrow Y)$
$(X \vee Y)$ $*\!\longrightarrow$ (Y)

- auf eine Relation mit $p^T = 1/4$

$$\binom{r}{r-s}(1/3)^s(2/3)^{r-s}$$

Diese Formel ist z. B. auf folgende (semi-analytische) Schlüsse anzuwenden:

$(X \rightarrow Y)$ $*\!\longrightarrow$ $(X \wedge Y)$
$(X \vee Y)$ $*\!\longrightarrow$ $(X \wedge Y)$

2. Schluss von einer Relation mit strukturell $p^T = 2/4$ (z. B. $X \leftrightarrow Y$)

- auf eine Relation mit $p^T = 3/4$

$$\binom{n-r}{n-s}(1/2)^{n-s}(1/2)^{s-r}$$

Diese Formel ist z. B. auf folgende (analytische) Schlüsse anzuwenden

$(X \leftrightarrow Y)$ $*\!\Rightarrow$ $(X \rightarrow Y)$
$(X$ $*\!\Rightarrow$ $(X \vee Y)$

- auf eine Relation mit $p^T = 1/4$

$$\binom{r}{r-s}(1/2)^s(1/2)^{r-s}$$

Diese Formel ist z. B. auf folgende (semi-analytische) Schlüsse anzuwenden:

$(X \leftrightarrow Y)$ $*\!\longrightarrow$ $(X \wedge Y)$
X $*\!\longrightarrow$ $(X \wedge Y)$

2. Schluss von einer Relation mit strukturell $p^T = 1/4$ (z. B. $X \wedge Y$)

- auf eine Relation mit $p^T = 3/4$

$$\binom{n-r}{n-s}(2/3)^{s-r}(1/3)^{n-s}$$

Diese Formel ist z. B. auf folgende (semi-analytische) Schlüsse anzuwenden:

$(X \wedge Y)$ $*\!\Rightarrow$ $(X \rightarrow Y)$
$(X \wedge Y)$ $*\!\Rightarrow$ $(X \vee Y)$

- auf eine Relation mit $p^T = 2/4$

$$\binom{n-r}{n-s}(1/3)^{s-r}(2/3)^{n-s}$$

Diese Formel ist z. B. auf folgende (semi-analytische) Schlüsse anzuwenden:

$(X \wedge Y)$ $*\!\Rightarrow$ X
$(X \wedge Y)$ $*\!\Rightarrow$ Y

5-4-3-2 TABELLE: POSITIV-SCHLUSS $p(X \rightarrow Y) = r/n$ $*\!\!\longrightarrow$ $p(X \wedge Y) = s/n$ für $n = 1$ bis $n = 4$ (Seite 1)

n	$p(X \rightarrow Y)$			$*\!\!\longrightarrow$			$p(X \wedge Y)$	p^T ungek.	p^T gekürzt	p^T dez.
	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$	a+c+d	b		a	c + d	$\frac{a}{a+b+c+d}$			
1	1/1	1	0		1	0	1/1	1/3	1/3	0,33
					0	1	0/1	2/3	2/3	0,67
	0/1	0	1		0	0	0/1	1/1	1/1	1,00
2	2/2	2	0		2	0	2/2	1/9	1/9	0,11
					1	1	1/2	4/9	4/9	0,44
					0	2	0/2	4/9	4/9	0,44
	1/2	1	1		1	0	1/2	2/6	1/3	0,33
					0	1	0/2	4/6	2/3	0,67
	0/2	0	2		0	0	0/2	1/1	1/1	1,00
3	3/3	3	0		3	0	3/3	1/27	1/27	0,04
					2	1	2/3	6/27	6/27	0,22
					1	2	1/3	12/27	12/27	0,44
					0	3	0/3	8/27	8/27	0,30
	2/3	2	1		2	0	2/3	3/27	1/9	0,11
					1	1	1/3	12/27	4/9	0,44
					0	2	0/3	12/27	4/9	0,44
	1/3	1	2		1	0	1/3	3/9	1/3	0,33
					0	1	0/3	6/9	2/3	0,67
	0/3	0	3		0	0	0/3	1/1	1/1	1,00
4	4/4	4	0		4	0	4/4	1/81	1/81	0,01
					3	1	3/4	8/81	8/81	0,10
					2	2	2/4	24/81	24/81	0,30
					1	3	1/4	32/81	32/81	0,40
					0	4	0/4	16/81	16/81	0,20
	3/4	3	1		3	0	3/4	4/108	1/27	0,04
					2	1	2/4	24/108	6/27	0,22
					1	2	1/4	48/108	12/27	0,44
					0	3	0/4	32/108	8/27	0,30
	2/4	2	2		2	0	2/4	6/54	1/9	0,11
					1	1	1/4	24/54	4/9	0,44
					0	2	0/4	24/54	4/9	0,44
	1/4	1	3		1	0	1/4	4/12	1/3	0,33
					0	1	0/4	8/12	2/3	0,67
	0/4	0	4		0	0	0/4	1/1	1/1	1,00

TABELLE POSITIV-SCHLUSS $p(X \rightarrow Y) = r/n$ $*\!\!\longrightarrow$ $p(X \wedge Y) = s/n$, für n = 5 (Seite 2)

n	$p(X \rightarrow Y)$			$*\!\!\longrightarrow$			$p(X \wedge Y)$	p^T ungek.	p^T gekürzt	p^T dez.
	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$	a+c+d	b		a	c +d	$\frac{a}{a+b+c+d}$			
5	5/5	5	0		5	0	5/5	1/243	1/243	≈0,00
					4	1	4/5	10/243	10/243	0,04
					3	2	3/5	40/243	40/243	0,17
					2	3	2/5	80/243	80/243	0,33
					1	4	1/5	80/243	80/243	0,33
					0	5	0/5	32/243	32/243	0,13
	4/5	4	1		4	0	4/5	5/405	1/81	0,01
					3	1	3/5	40/405	8/81	0,10
					2	2	2/5	120/405	24/81	0,30
					1	3	1/5	160/405	32/81	0,40
					0	4	0/5	80/405	16/81	0,20
	3/5	3	2		3	0	3/5	10/270	1/27	0,04
					2	1	2/5	60/270	6/27	0,22
					1	2	1/5	120/270	12/27	0,44
					0	3	0/5	80/270	8/27	0,30
	2/5	2	3		2	0	2/5	10/90	1/9	0,11
					1	1	1/5	40/90	4/9	0,44
					0	2	0/5	40/90	4/9	0,44
	1/5	1	4		1	0	1/5	5/15	1/3	0,33
					0	1	0/5	10/15	2/3	0,67
	0/5	0	5		0	0	0/5	1/1	1/1	1,00

Jede einzelne Kolonne von p^T ergänzt sich zum Wert 1, z. B 729/729 = 1.
Nur in der Dezimaldarstellung ergeben sich durch Aufrundungen und Abrundungen auf 2 Stellen hinter dem Komma nicht immer genau 1,00.
Für die *ungekürzten* Werte ergeben sich im Vergleich zu den *gekürzten* Werten folgende *Multiplikationsfaktoren*:
z. B.: bei n = 5: x 1, x 5, x 10, x 10, x 5, x 1, bei n = 6: x 1, x 6, x 15, x 20, x 15, x 6, x 1

5-4-3-3 TABELLE SCHLUSS $p(X \rightarrow Y) = r/n \longrightarrow p(X \wedge Y) = s/n$, *für n = 1 bis n = 4* (Seite 1)

n	$p(X \rightarrow Y)$			$\longrightarrow$			$p(X \wedge Y)$	$p^T \wedge$	$p^T \rightarrow$	p^Tdez.
	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$	a+c+d	b		a	c+d	$\frac{a}{a+b+c+d}$			
1	1/1	1	0		1	0	1/1	1/4	2/4	0,50
					0	1	0/1	2/4	3/4	0,75
	0/1	0	1		0	0	0/1	1/4	4/4	1,00
								4/4 = 1	9/4	
2	2/2	2	0		2	0	2/2	1/16	8/16	0,50
					1	1	1/2	4/16	11/16	0,69
					0	2	0/2	4/16	11/16	0.69
	1/2	1	1		1	0	1/2	2/16	12/16	0,75
					0	1	0/2	4/16	14/16	0,88
	0/2	0	2		0	0	0/2	1/16	16/16	1,00
								16/16 = 1		
3	3/3	3	0		3	0	3/3	1/64	38/64	0,59
					2	1	2/3	6/64	43/64	0,67
					1	2	1/3	12/64	49/64	0,77
					0	3	0/3	8/64	45/64	0,70
	2/3	2	1		2	0	2/3	3/64	40/64	0,63
					1	1	1/3	12/64	49/64	0,63
					0	2	0/3	12/64	49/64	0,77
	1/3	1	2		1	0	1/3	3/64	58/64	0,91
					0	1	0/3	6/64	61/64	0,95
	0/3	0	3		0	0	0/3	1/64	64/64	1,00
								64/64 = 1		
4	4/4	4	0		4	0	4/4	1/256	176/256	0,69
					3	1	3/4	8/256	183/256	0,72
					2	2	2/4	24/256	199/256	0,78
					1	3	1/4	32/256	297/256	0,81
					0	4	0/4	16/256	191/256	0,75
	3/4	3	1		3	0	3/4	4/256	152/256	0,59
					2	1	2/4	24/256	172/256	0,67
					1	2	1/4	48/256	196/256	0,77
					0	3	0/4	32/256	180/256	0,70
	2/4	2	2		2	0	2/4	6/256	208/256	0,81
					1	1	1/4	24/256	226/256	0,88
					0	2	0/4	24/256	226/256	0,88
	1/4	1	3		1	0	1/4	4/256	248/256	0,97
					0	1	0/4	8/256	252/256	0,98
	0/4	0	4		0	0	0/4	1/256	256/256	1,00
								256/256=1		

TABELLE SCHLUSS $p(X \rightarrow Y) = r/n \longrightarrow p(X \wedge Y) = s/n$, *für n = 5* (Seite 2)

n	$p(X \rightarrow Y)$			$\longrightarrow$			$p(X \wedge Y)$	$p^T \wedge$	$p^T \rightarrow$	$p^T \rightarrow$ dez.
	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$	a+c+d	b		a	c+d	$\frac{a}{a+b+c+d}$	Nenner 1024	Nenner 1024	
5	5/5	5	0		5	0	5/5	1/	782/	0,76
					4	1	4/5	10/	791/	0,77
					3	2	3/5	40/	821/	0,80
					2	3	2/5	80/	861/	0,84
					1	4	1/5	80/	861/	0,84
					0	5	0/5	32/	813/	0,79
	4/5	4	1		4	0	4/5	5/	624/	0,61
					3	1	3/5	40/	659/	0,64
					2	2	2/5	120/	739/	0,72
					1	3	1/5	160/	779/	0,76
					0	4	0/5	80/	699/	0,68
	3/5	3	2		3	0	3/5	10/	764/	0,75
					2	1	2/5	60/	814/	0,80
					1	2	1/5	120/	874/	0,85
					0	3	0/5	80/	834/	0,82
	2/5	2	3		2	0	2/5	10/	944/	0,92
					1	1	1/5	40/	974/	0,95
					0	2	0/5	40/	974/	0,95
	1/5	1	4		1	0	1/5	5/	1014/	0,99
					0	1	0/5	10/	1019/	≈1,00
	0/5	0	5		0	0	0/5	1/	1024/	1,00
								1024/		

5-4-3-4 TABELLE: POSITIV-SCHLUSS $p(X \rightarrow Y) = r/n$ $*\longrightarrow$ $p(X R Y) = s/n$ (Seite 1)

Prämisse = Implikation $\rightarrow$, R (Relation) = $*\rightarrow$, $\rfloor$, $\wedge$ u. ä., für n = 1 bis n = 4

n	$p(X \rightarrow Y)$	$*\longrightarrow$	$p(X{*}{\rightarrow}Y)$	$p(X) =$ $p(X \rfloor Y)$	$p(X \wedge Y)$	p^T ungek.	p^T gekürzt	p^T dez.
	$\frac{a+c+d}{a+b+c+d}$		$\frac{a}{a+b}$	$\frac{a+b}{a+b+c+d}$	$\frac{a}{a+b+c+d}$			
1	1/1		1/1	1/1	1/1	1/3	1/3	0,33
			0/0	0/1	0/1	2/3	2/3	0,67
	0/1		0/1	1/1	0/1	1/1	1/1	1,00
2	2/2		2/2	2/2	2/2	1/9	1/9	0,11
			1/1	1/2	1/2	4/9	4/9	0,44
			0/0	0/2	0/2	4/9	4/9	0,44
	1/2		1/2	2/2	1/2	2/6	1/3	0,33
			0/1	1/2	0/2	4/6	2/3	0,67
	0/2		0/2	2/2	0/2	1/1	1/1	1,00
3	3/3		3/3	3/3	3/3	1/27	1/27	0,04
			2/2	2/3	2/3	6/27	6/27	0,22
			1/1	1/3	1/3	12/27	12/27	0,44
			0/0	0/3	0/3	8/27	8/27	0,30
	2/3		2/3	3/3	2/3	3/27	1/9	0,11
			1/2	2/3	1/3	12/27	4/9	0,44
			0/1	1/3	0/3	12/27	4/9	0,44
	1/3		1/3	3/3	1/3	3/9	1/3	0,33
			0/2	2/3	0/3	6/9	2/3	0,67
	0/3		0/3	3/3	0/3	1/1	1/1	1,00
4	4/4		4/4	4/4	4/4	1/81	1/81	0,01
			3/3	3/4	3/4	8/81	8/81	0,10
			2/2	2/4	2/4	24/81	24/81	0,30
			1/1	1/4	1/4	32/81	32/81	0,40
			0/0	0/4	0/4	16/81	16/81	0,20
	3/4		3/4	4/4	3/4	4/108	1/27	0,04
			2/3	3/4	2/4	24/108	6/27	0,22
			1/2	2/4	1/4	48/108	12/27	0,44
			0/1	1/4	0/4	32/108	8/27	0,30
	2/4		2/4	4/4	2/4	6/54	1/9	0,11
			1/3	3/4	1/4	24/54	4/9	0,44
			0/2	2/4	0/4	24/54	4/9	0,44
	1/4		1/4	4/4	1/4	4/12	1/3	0,33
			0/3	3/4	0/4	8/12	2/3	0,67
	0/4		0/4	4/4	0/4	1/1	1/1	1,00

5-4-3-5 ÜBERBLICK: META-WERTE VON SCHLÜSSEN

Analytisch versus semi-analytisch

	analytisch	*semi-analytisch*
A) *qualitativ* (z. B.)	$X \to Y \Rightarrow \neg(X \wedge \neg Y)$	$X \to Y \longrightarrow X \wedge Y$
1. theoret. Wahrsch.	$p^T = 4/4 = 1$	$p^T = 2/4 = 0{,}5$
2. Tautologie-Grad	$p^T = 4/4 = 1$	$p^T = 2/4 = 0{,}5$
3. Informationsgehalt	$p^I = 0/4 = 0$	$p^I = 2/4 = 0{,}5$
4. Bestimmtheit	$p^B = 1/4 = 0{,}25$	$p^I = 1/2 = 0{,}5$
5. Modalität	$p^M = 4/4 = 1$ (notwendig)	$p^M = 2/4 = 0{,}5$ (möglich)
6. Abhängigkeit	$p^A = \|4/4 - 0/4\| = 4/4 = 1$	$p^A = \|2/4 - 2/4\| = 0/4 = 0$
B) *quantitativ* (z. B.)	$p(X \to Y) = 3/3 \Rightarrow$ $p(\neg(X \wedge \neg Y)) = 3/3$	$p(X \to Y) = 3/3 \longrightarrow$ $p(X \wedge Y) = 3/3$
1. theoret. Wahrsch.	$p^T = 64/64 = 1$	$p^T = 38/64 = 0{,}59$
2. Tautologie-Grad	$p^T = 64/64 = 1$	$p^T = 38/64 = 0{,}59$
3. Informationsgehalt	$p^I = 0/64 = 0$	$p^I = 26/64 = 0{,}41$
4. Bestimmtheit	$p^B = 1/64$	$p^B = 1/38$
5. Modalität	$p^M = 64/64 = 1$ (notwendig)	$p^M = 38/64 = 0{,}59$ (möglich)
6. Abhängigkeit	$p^A = \|64/64 - 0/64\| = 64/64 = 1$	$p^A = \|38/64 - 26/64\| = 12/64 = 0{,}19$

Man kann bei einem Schluss unterscheiden, ob die *Prämisse* (bzw. im Plural) oder der *Schlus-s-Satz* folgende *empirische* Wahrscheinlichkeit haben:

$p = 1$ oder $p = 0$ haben (deterministisch)

$0 < p < 1$ (statistisch)

Am wichtigsten sind die folgenden Unterscheidungen:

p	p^T	Beispiel .
1 (oder 0)	$< 1 \wedge > 0$	$p(X \to Y) = 1 \longrightarrow p(X \wedge Y) = 1$
$< 1 \wedge > 0$	1	$p(X \to Y) = 0{,}5 \Rightarrow p(X \wedge Y) \leq 0{,}5$
1 (oder)	1	$p(X \wedge Y) = 1 \Rightarrow p(X \to Y) = 1$

Den letzten Fall kann man einen *vollständig deterministischen* Schluss nennen, weil p(Prämisse) = 1, p(Konklusion) = 1 und $p^T = 1$.

5-4-4 Quantitative Aussagen-Logik

Ich habe in 5-4-3-1 sechs *Formeln* zur Berechnung von p^T bei quantitativen Schlüssen mit der *Positiv-Implikation* zusammengefasst. Hier soll nun demonstriert werden, was sich ergibt im
deterministischen (*positiven*) Fall: r = n, s = n bzw. p = 1
im *nullistischen (negativen)* Fall: r = 0, s = 0 bzw. p = 0

5-4-4-1 SCHLUSS VON EINER RELATION MIT STRUKTURELL $p^T = 3/4$
z. B. $X \rightarrow Y$:

- Schluss auf eine Relation mit $p^T = 2/4$ (z. B. $X \leftrightarrow Y$)
  Positiver Fall: p = 1: $p^T = (2/3)^s$
  Beispiel : $p^T[p(X \rightarrow Y) = s/s = 1 \;{*}\!\longrightarrow p(X \leftrightarrow Y) = s/s = 1] = (2/3)^s$
  Negativer Fall: p = 0: $p^T = 1$
  Beispiel: $p^T[p(X \rightarrow Y) = 0 \;{*}\!\longrightarrow p(X \leftrightarrow Y) = 0] = 1$
- Schluss auf eine Relation mit $p^T = 1/4$ (z. B. $X \wedge Y$)
  positiv: p = 1: $p^T = (1/3)^s$
  $p^T[p(X \rightarrow Y) = s/s = 1 \;{*}\!\longrightarrow p(X \wedge Y) = s/s = 1] = (1/3)^s$
  negativ: p = 0: $p^T = 1$
  $p^T[p(X \rightarrow Y) = 0 \;{*}\!\Rightarrow p(X \wedge Y) = 0] = 1$

5-4-4-2 SCHLUSS VON EINER RELATION MIT STRUKTURELL $p^T = 2/4$
z. B. $X \leftrightarrow Y$:

- auf eine Relation mit $p^T = 3/4$ (z. B. $X \rightarrow Y$)
  positiv: p = 1: $p^T = 1$
  $p^T[p(X \leftrightarrow Y) = 1 \;{*}\!\Rightarrow p(X \rightarrow Y) = 1] = 1$
  negativ: p = 0: $p^T = (1/2)^n$
  $p^T[p(X \leftrightarrow Y) = 0/n = 0 \;{*}\!\longrightarrow p(X \rightarrow Y) = 0/n = 0] = (1/2)^n$
- auf eine Relation mit $p^T = 1/4$ (z. B. $X \wedge Y$)
  positiv: p = 1: $p^T = (1/2)^s$
  $p^T[p(X \leftrightarrow Y) = s/s = 1 \;{*}\!\longrightarrow p(X \wedge Y) = s/s = 1] = (1/2)^s$
  negativ: p = 0: $p^T = 1$
  $p^T[p(X \leftrightarrow Y) = 0 \;{*}\!\Rightarrow p(X \wedge Y) = 0] = 1$

5-4-4-3 SCHLUSS VON EINER RELATION MIT STRUKTURELL $p^T = 1/4$
z. B. $X \wedge Y$:

- auf eine Relation mit $p^T = 3/4$ (z. B. $X \rightarrow Y$)
  positiv: p = 1: $p^T = 1$
  $p^T[p(X \wedge Y) = 1 \;{*}\!\Rightarrow p(X \rightarrow Y) = 1] = 1$
  negativ: p = 0: $p^T = (1/3)^n$
  $p^T[p(X \wedge Y) = 0/n = 0 \;{*}\!\longrightarrow p(X \rightarrow Y) = 0/n = 0] = (1/3)^n$
- auf eine Relation mit $p^T = 2/4$ (z. B. X)
  positiv: p = 1: $p^T = 1$
  $p^T[p(X \wedge Y) = 1 \;{*}\!\Rightarrow p(X) = 1] = 1$
  negativ: p = 0: $p^T = (2/3)^n$
  $p^T[p(X \wedge Y) = 0/n = 0 \;{*}\!\longrightarrow p(X) = 0/n = 0] = (2/3)^n$

5-4-5 Quantitative Quantoren-Logik

5-4-5-1 SCHLÜSSE MIT DER NORMAL-IMPLIKATION

• Einfache Tautologie
$p^T = (2/2)^n = 1$
$p^T[p(X) = 1 \Rightarrow p(X) > 0]$
$p^T[p(X) = 0 \Rightarrow p(X) < 1]$

• Komplexe Tautologie
$p^T = (4/4)^n = 1$
$p^T[p(X \rightarrow Y) = 1 \Rightarrow p(X \rightarrow Y) > 0]$
$p^T[p(X \rightarrow Y) = 0 \Rightarrow p(X \rightarrow Y) < 1]$

• Einfach semi-analytisch
$p^T = 1/2^{n-1}$
$p^T[p(X) > 0 \longrightarrow p(X) = 1]$
$p^T[p(X) < 1 \longrightarrow p(X) = 0]$

• Komplex semi-analytisch
$p^T = (3^n + 1)/ 4^n$
$p^T[p(X \rightarrow Y) > 0 \longrightarrow p(X \rightarrow Y) = 1]$
$p^T[p(X \rightarrow Y) < 1 \longrightarrow p(X \rightarrow Y) = 0]$
$p^T = (4^n - 2^n)/4^n$
$p^T[p(X \rightarrow Y) = 1 \longrightarrow p(X \wedge Y) > 0]$
$p^T[p(X \rightarrow \neg Y) = 1 \longrightarrow p(X \wedge \neg Y) > 0]$

Es gilt: $p = 1$: $p = n/n$, $p < 1$: $p < n/n$, $p = 0$: $p = 0/n$, $p > 0$: $p > 0/n$

Also wäre z. B. der erste Schluss *vollständig* wie folgt zu schreiben:
$p^T[p(X) = n/n = 1 \Rightarrow p(X) > 0/n] = (2/2)^n = 1$

5-4-5-2 SCHLÜSSE MIT DER POSITIV-IMPLIKATION

• *Strenger Schluss: von alle auf einige*

teilweise Verwendung der Positiv-Implikation:
$p^T[p(X \rightarrow Y) = 1 *\!\Rightarrow p(X \rightarrow Y) > 0] = 1$
genauer: $p^T[p(X \rightarrow Y) = n/n *\!\Rightarrow p(X \rightarrow Y) > 0/n] = (3/3)^n = 1$

vollständige Verwendung der Positiv-Implikation :
$p^T[p(X *\!\rightarrow Y) = 1 *\!\Rightarrow p(X *\!\rightarrow Y) > 0] = 1$
genauer: $p^T[p(X *\!\rightarrow Y) = n/n *\!\Rightarrow p(X *\!\rightarrow Y) > 0/n] = (1/1)^n = 1$

• *Semi-analytischer Schluss: von einige auf alle*

teilweise Verwendung der Positiv-Implikation:
$p^T[p(X \rightarrow Y) > 0 \; *\!\longrightarrow \; p(X \rightarrow Y) = 1] = 3^n/(4^n - 1)$
genauer: $p^T[p(X \rightarrow Y) > 0/n \; *\!\longrightarrow \; p(X \rightarrow Y) = n/n] = 3^n/(4^n - 1)$