**Ben-Alexander Bohnke** **20.7.2012**

# Was ist Zufall?

<u>INHALT:</u>



Der Zufall ist ein komplexes, vielschichtiges Phänomen, das normalerweise in der Literatur recht einseitig und simplifizierend dargestellt wird, wenn oft auch mit einem mathematischen Überbau, der aber nur die Kargheit der Argumentation überdeckt.

Ich bringe hier eine *ganzheitliche*, wenn auch äußert knapp gefasste und vereinfachte Übersicht – die formale Darstellung ist nicht streng. Formalisierungen werden überwiegend erklärt, so dass der Text weitgehend allgemeinverständlich ist.

Der Text beruht großteils auf eigenen Überlegungen, deren Basis ich in meinen Büchern „Integrale Logik" und „Neue Logik" gelegt habe.

## <u>1) Modal-Logik</u>

Hier gibt es 2 Möglichkeiten der Definition von „zufällig":

• Zufällig ⇔ ¬ Notwendig
D. h.: „Zufällig" ist äquivalent (gleichbedeutend) mit „nicht notwendig".
Präziser schreibt man das mit einer *Variablen*, z. B. „X". X kann für einen beliebigen Sachverhalt bzw. Satz (oder auch Gegenstand) stehen, z. B. für: „Heute scheint die Sonne": Zufällig scheint die Sonne ⇔ Die Sonne scheint nicht notwendig.
Zufällig(X) ⇔ ¬ Notwendig(X)
Über die *Verneinung* von X, also ¬X wird nur ausgesagt, dass sie möglich ist.
¬X kann notwendig sein, muss es aber nicht.

• Zufällig ⇔ ¬ Notwendig ∧ ¬ Unmöglich
D. h.: „Zufällig" ist äquivalent mit „nicht notwendig und nicht unmöglich".
Man fügt hier „¬ Unmöglich" noch hinzu, denn ¬ Notwendig schließt „Unmöglich" nicht aus. Normalerweise versteht man „Zufällig" aber so, dass etwas *möglich* ist.
Da gilt: Möglich ⇔ ¬ Unmöglich und ¬ Notwendig ⇔ Möglich ¬, kann man auch definieren: Zufällig ⇔ ¬ Notwendig ∧ Möglich oder Zufällig ⇔ Möglich ∧ Möglich ¬
Mit Variable X: Zufällig(X) ⇔ Möglich(X) ∧ Möglich ¬(X)

Hier gilt: Zufällig(X) $\Rightarrow \neg$ Notwendig($\neg$X). Denn wenn $\neg$X notwendig wäre, dann wäre X unmöglich, was aber ausgeschlossen wurde.

Für „möglich und möglich, dass nicht" kann man auch sagen „genau möglich", das ist das *exklusive* „möglich", welches „notwendig" ausschließt.

## 2) Quantoren-Logik

Hier kann man entsprechend 2 Möglichkeiten unterscheiden:

• Zufällig $\Leftrightarrow \neg\Lambda$
D. h. in der normalen Sprache: „Zufällig" ist äquivalent mit „gilt nicht für alle".
Formal genauer geschrieben mit Variablen: Zufällig(Fa) $\Leftrightarrow \neg\Lambda$x(Fx)
Lies: dass a die Eigenschaft F hat, ist genau dann zufällig,
wenn nicht für alle x gilt, dass sie die Eigenschaft F haben.
Dabei ist „$\Lambda$" der Allquantor, „a" eine Individuenkonstante, „x" eine Individuenvariable.

Man könnte allerdings hier, beim quantoren-logischen Modell, diskutieren, ob wirklich die logische *Äquivalenz* $\Leftrightarrow$ besteht oder nur eine logische *Implikation* (bzw. *Replikation*): Zufällig(Fa) $\Leftarrow \neg\Lambda$x(Fx) oder eventuell die Implikation Zufällig(Fa) $\Rightarrow \neg\Lambda$x(Fx).
Äquivalenz X $\leftrightarrow$ Y bedeutet vereinfacht: wenn X, dann Y, und wenn Y, dann X.
Die Äquivalenz ist somit die Kombination der Implikation X $\rightarrow$ Y (wenn X, dann Y) und der Replikation X $\leftarrow$ Y (wenn Y, dann X). Also: (X $\leftrightarrow$ Y) $\Leftrightarrow$ (X $\rightarrow$ Y) $\wedge$ X $\leftarrow$ Y.
Die Doppel-Pfeile stehen für logische Gesetze, die einfachen Pfeile für normale Aussagen.
Dies ist aber nicht entscheidend für meine Überlegungen, und um die ohnehin komplizierte Thematik nicht noch weiter zu verkomplizieren, verzichte ich hier auf eine Diskussion. Ich verwende allerdings neben der Äquivalenz auch die (schwächere) Implikation bzw. Replikation.

Beispiel:
Nicht alle Junggesellen sind glücklich, impliziert logisch, es ist *nicht notwendig*, dass der Junggeselle a (z. B. John) glücklich ist.
Da wir definiert haben: Zufällig $\Leftrightarrow \neg$ Notwendig, gilt also auch mit Implikation:
Nicht alle Junggesellen sind glücklich, impliziert logisch, es ist *zufällig*, dass der Junggeselle a (z. B. John) glücklich ist.

Oder ausführlicher als Syllogismus:

> Nicht alle Junggesellen sind glücklich
> <u>John ist Junggeselle</u>
> Es ist zufällig, dass John glücklich ist

Streng genommen würde man „nicht alle Junggesellen sind glücklich" (halb-formal) schreiben: $\neg$ $\Lambda$x(Junggeselle x $\rightarrow$ glücklich x), formal: $\neg\Lambda$x(Fx $\rightarrow$ Gx), also mit 2 Variablen F und G. Aber da die Implikation $\rightarrow$ („wenn – dann") besondere logische Probleme aufwirft, wie ich in meinen Büchern über Integrale Logik ausführlich analysiert habe, wähle ich hier die einfachere Formalisierung $\neg\Lambda$x(Fx), welche für unsere Analyse ausreicht (x definiert als Junggeselle).

Normalerweise bezieht man „zufällig“ auf ein *Individuum* wie John bzw. einen *individuellen* Sachverhalt wie „John ist glücklich“ (formal Fa). Genauer, auf einen individuellen Sachverhalt in Relation zu einem allgemeinen Sachverhalt wie „nicht alle unverheirateten Männer sind glücklich“. „Zufällig“ kann sich aber auch auf die *allgemeine* Beziehung zwischen zwei Klassen oder Eigenschaften wie „unverheiratet“ (F) und „glücklich“ (G) beziehen, dazu kommen wir später.

Natürlich kann der Sachverhalt anders aussehen, wenn man die Glücklichkeit von John nicht in Beziehung zu seinem *Junggesellensein* setzt, sondern zu einer anderen Eigenschaft.

• Zufällig $\Leftrightarrow \neg\Lambda \wedge \neg\Lambda\neg$

Das ist die zweite Variante, wo „zufällig“ nicht nur über „nicht alle“ definiert wird, sondern zusätzlich über „nicht alle nicht“ oder einfach „einige“ (mindestens einer).
Normalsprachlich: „Zufällig“ ist äquivalent „gilt nicht für alle und nicht für alle nicht“.

Genauer formalisiert:
Zufällig(Fa) $\Leftrightarrow \neg\Lambda x(Fx) \wedge \neg\Lambda x\neg(Fx)$
Man könnte auch mittels des Partikulär-*Quantifikators* V („einige“) schreiben:
Zufällig(Fa) $\Leftrightarrow$ $Vx(Fx) \wedge Vx\neg(Fx)$

Als Syllogismus:

> Einige Junggesellen sind glücklich und einige Junggesellen sind unglücklich
> <u>John ist Junggeselle</u>
> Es ist zufällig, dass John glücklich ist

## 3) Zufällig und real

Hier ergibt sich ein Problem:
Wenn etwas notwendig ist, impliziert das auch, dass es *existiert*.

Notwendig(Fa) $\Rightarrow$ Fa

Bei „nicht notwendig“ wird dagegen nicht impliziert, dass der Sachverhalt besteht.

Aber bei „zufällig“ verstehen wir es wiederum so, dass Existenz impliziert wird.

Zufällig(Fa) $\Rightarrow$ Fa

Deswegen müsste der korrekte Syllogismus eigentlich heißen:

> Nicht alle Junggesellen sind glücklich
> <u>John ist Junggeselle und John ist glücklich</u>
> Es ist zufällig, dass John glücklich ist

Wenn dem aber so ist, dann kann „zufällig“ nicht ganz bedeutungsgleich sein mit „nicht notwendig“ (bzw. auch nicht mit „nicht notwendig und nicht unmöglich“).

Ich sehe diese Implikation von Realität bei „zufällig“ aber als ein Phänomen der *Oberflächenstruktur der Normalsprache*. Für eine exakte, auch formalsprachliche Darstellung finde ich es angemessen, von diesem Realitäts-Postulat bei „zufällig“ abzusehen, womit die Systematik des Modalsystems Notwendig, Zufällig, Möglich usw. erhalten bleibt. Ohnehin passt die (empirische) Modalität „wahr“ vs. „falsch“ nicht reibungslos in die logische Modalität „notwendig“ usw.

So dass auch weiterhin gilt:
Zufällig $\Leftrightarrow \neg$ Notwendig bzw. Zufällig $\Leftrightarrow \neg$ Notwendig $\wedge \neg$ Unmöglich

Eventuell könnte man sprachlich folgende Lösung heranziehen:

Man sagt nicht: „Es ist zufällig, *dass* Fa“, sondern „es ist zufällig, *wenn* Fa“. So wird direkt ausgedrückt, dass aus der Zufälligkeit noch nicht auf die Wahrheit (bzw. das Bestehen) von Fa geschlossen werden kann. Normalerweise werde ich aber die Formulierung mit “dass“ beibehalten.

## 4) Quantifizierte Quantoren-Logik bzw. Wahrscheinlichkeitstheorie

Zunächst die Quantifizierung der bisherigen Darstellung:

• Zufällig $\Leftrightarrow$ p < 1
„Nicht alle“ bzw. „einige nicht“ übersetzt man quantitativ in < 1 oder < 100%.

Zufällig(Fa) $\Leftrightarrow$ p(F) < 1

Beispiel:

> Weniger als 100% der Junggesellen sind glücklich
> <u>John ist Junggeselle</u>
> Es ist zufällig, dass John glücklich ist

Man könnte den Schlusssatz wie gesagt auch mit „wenn“ formulieren:
> Es ist zufällig, *wenn* John glücklich ist.

Wenn man „zufällig“ doch so interpretieren möchte, dass es *Existenz impliziert*, müsste man den Syllogismus wie folgt formulieren.

> Weniger als 100% der Junggesellen sind glücklich.
> <u>John ist Junggeselle und John ist glücklich</u>
> Es ist zufällig, dass John glücklich ist

• Zufällig $\Leftrightarrow$ p < 1 $\wedge$ p > 0 Bzw.: Zufällig $\Leftrightarrow$ 0 < p < 1
„Einige“ übersetzt man quantitativ mit > 0 bzw. > 0 %.

Beispiel:

> Weniger als 100% und mehr als 0% der Junggesellen sind glücklich
> <u>John ist Junggeselle</u>
> Es ist zufällig, dass John glücklich ist

## 5) Quantitatives Alternativ-Modell 1 - Zufall ist Unwahrscheinlichkeit

Ich habe bisher folgendes quantitatives Modell vorgestellt:
Zufällig $\Leftrightarrow$ p < 1 oder Zufällig $\Leftrightarrow$ 0 < p < 1

Ich möchte jetzt folgendes Modell vorstellen: Zufällig $\Leftrightarrow$ p < 0,5
*Zufällig* ist das, was weniger als 50% betrifft.
Alles, was < 50% ist, nennt man *unwahrscheinlich*.
Pointiert: zufällig = unwahrscheinlich
Also, was nur 49,9% betrifft, ist schon unwahrscheinlich.
(Das bezieht sich auf *eine* Variable oder eine Eigenschaft, bei komplexen Eigenschaften kann ein anderer Wert zutreffen.)

Der Zufall wird also mit zunehmender Quantifizierung immer präziser definiert. Nicht nur p < 1, sondern genauer < 0,5, eigentlich zielt man aber auf < 0,25 o. ä.

Wenn wir sagen: „Was für ein Zufall!“, meinen wir meistens: Erstaunlich, dass so etwas *Unwahrscheinliches* geschieht. Normalerweise meint man damit allerdings nicht einen Wert wie 49,9%, sondern wesentlich kleinere Werte, z. B. 10%, 5%, 1% oder eben noch kleiner: 0,1%, 0,01 % usw.

Aber auch hier versteht man „zufällig“ normalerweise so, dass es „unmöglich“, nämlich p = 0 ausschließt. Daher definiert man besser:
Zufällig $\Leftrightarrow$ p < 0,5 $\wedge$ p > 0 oder 0 < p < 0,5

Beispiel (beruht nicht auf Statistik):

> 1% der Deutschen heiraten ihre Jugendliebe
> <u>Sascha ist Deutscher</u>
> Mit 1 % Un/Wahrscheinlichkeit heiratet Sascha seine Jugendliebe

Übersetzt in die Zufalls-Terminologie heißt das:

> 1% der Deutschen heiraten ihre Jugendliebe
> <u>Sascha ist Deutscher</u>
> Zufällig heiratet Sascha seine Jugendliebe

Folgende Variation:

> 99% der Deutschen heiraten nicht ihre Jugendliebe
> <u>Sascha ist Deutscher und heiratet seine Jugendliebe</u>
> Sascha heiratet seine Jugendliebe zufällig

Man könnte zwar die Zufälligkeit auch *quantifizieren*, aber das ist nicht üblich. Wenn man eine präzise Zahl angeben will, verwendet man eben die Wahrscheinlichkeit.

Nehmen wir jetzt ein anderes Beispiel: r von n Sportlern sind Raucher
Dabei nehmen wir eine kleine Zahl, damit es überschaubar ist, nämlich n = 8
Hier gibt es 8 Möglichkeiten: von 8 von 8 Sportlern sind Raucher bis zu 0 von 8 Sportlern sind Raucher.

Schauen wir uns jetzt die *systematische* Reihe von Wahrscheinlichkeiten an.

| | | |
|---|---|---|
| 8/8 | 100% | notwendig |
| 7/8 | 87,5% | wahrscheinlich |
| 6/8 | 75% | wahrscheinlich |
| 5/8 | 62,5% | wahrscheinlich |
| 4/8 | 50,0% | Mitte |
| 3/8 | 37,5% | unwahrscheinlich / zufällig |
| 2/8 | 25,0% | unwahrscheinlich / zufällig |
| 1/8 | 12,5% | unwahrscheinlich / zufällig |
| 0/8 | 0,0% | unmöglich |

Wie ist die Tabelle zu lesen?
Beispiel:

8 von 8 (100%) Sportlern sind Raucher
<u>a ist Sportler</u>
a ist *notwendig* Raucher (mit 100% Wahrscheinlichkeit)

Oder:
2 von 8 (25%) Sportlern sind Raucher
<u>a ist Sportler</u>
a ist *zufällig* Raucher (mit 25% Wahrscheinlichkeit)

Man sieht: Bei der ursprünglichen, *modal-logischen* Definition galt:
Zufällig $\Leftrightarrow \neg$ Notwendig bzw. Zufällig $\Leftrightarrow \neg$ Notwendig $\wedge \neg$ Unmöglich.
Danach sind auch die Werte, die hier als „wahrscheinlich“ gekennzeichnet sind wie z. B. 7/8 oder 6/8 *zufällig*, weil sie eben *nicht notwendig* sind, unter 100% liegen.

In dem jetzigen, differenzierteren Modell gelten aber nur die Werte als zufällig, die Unwahrscheinlichkeit ausdrücken, also 3/8, 2/8 und 1/8.

Gerade hier, beim quantitativen Modell, kann man gut auf die *Relationalitä*t von Zufall hinweisen. Angenommen es gilt:

7 von 8 (87,5%) Kneipenbesuchern sind Raucher
<u>a ist Kneipenbesucher</u>
a ist wahrscheinlich Kneipenbesucher (mit 87,5% Wahrscheinlichkeit)

D. h. die Person a ist hinsichtlich ihrer Eigenschaft Sportler zu sein, sehr wahrscheinlich kein Raucher, hinsichtlich ihrer Eigenschaft Kneipenbesucher zu sein, aber sehr wahrscheinlich doch Raucher. Nur wenn man von *deterministischen* Aussagen ausgeht, von 100% (oder 0%), gibt es nicht solche unterschiedlichen Ergebnisse.

Alle Menschen sind sterblich
<u>Sokrates ist ein Mensch</u>
Sokrates ist notwendig sterblich

Hier kann es kein Gegenbeispiel geben,das die Sterblichkeit bzw. deren Notwendigkeit in Frage stellt.

## 6) Empirische und theoretische Wahrscheinlichkeit

Wir haben uns bisher überwiegend mit der *empirischen* Wahrscheinlichkeit (oder relativen Häufigkeit) beschäftigt. Sie gibt allgemein an: soundsoviel Prozent aller Elemente der Klasse F sind auch Elemente der Klasse G. Es gibt aber auch eine *theoretische* Wahrscheinlichkeit, die angibt, wie wahrscheinlich eine bestimmte empirische Wahrscheinlichkeit ist, berechnet nach der Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten. Man nennt sie auch *Zufalls-Wahrscheinlichkeit*.

Ich verwende wieder das Beispiel: r von n Sportlern sind Raucher, wobei die Gesamtanzahl n wieder 8 beträgt.

Zunächst eine Liste der empirischen und theoretischen Wahrscheinlichkeiten:

| Empirische Wahrscheinlichkeit p | | Theoretische Wahrscheinlichkeit $p^T$ | |
|---|---|---|---|
| 8/8 | 100% | 1/256 | 0,39% |
| 7/8 | 87,5% | 8/256 | 3,12% |
| 6/8 | 75% | 28/256 | 10,93% |
| 5/8 | 62,5% | 56/256 | 21,87% |
| 4/8 | 50,0% | 70/256 | 27,34% |
| 3/8 | 37,5% | 56/256 | 21,87% |
| 2/8 | 25,0% | 28/256 | 10,93% |
| 1/8 | 12,5% | 8/256 | 3,12% |
| 0/8 | 0,0% | 1/256 | 0,39% |

Angenommen, wir haben 8 Sportler: $a_1$, $a_2$ ... $a_8$. Sie können Raucher sein oder nicht. Dafür gibt es $2^8$ = 256 Kombinationsmöglichkeiten.

Wenn alle 8 Sportler Raucher sind, gibt es eben nur **1** Möglichkeit, daher p = 1/256.
Wenn 7 von 8 Sportlern Raucher sind, gibt es 8 Kombinationsmöglichkeiten. Denn jeder von den 8 kann der *eine* sein, der kein Raucher ist, also p = 8/256. Usw.

Wie man sieht: Wenn *empirisch* Unwahrscheinlichkeit besteht, besteht *theoretisch* auch Unwahrscheinlichkeit.
Z. B. wenn p = 2/8, dann ist $p^T$ = 28/256.

Man kann von *doppelter Unwahrscheinlichkeit* sprechen.
Und man könnte daraus eine Gesamt-Unwahrscheinlichkeit berechnen, durch Multiplikation: 2/8 x 28/256 = 56/2048 = 2,7%

Allerdings, wenn man sich die ganze Reihe ansieht, stellt man fest, dass *alle* theoretischen Werte unter 50% liegen, also *jeder* Wert sagt *Unwahrscheinlichkeit* aus.

Ein *einzelnes* Ereignis hat eine theoretische Wahrscheinlichkeit von $p^T$ = 1/2, es kann zutreffen oder nicht. Zwei Ereignisse X und Y haben nur noch eine Wahrscheinlichkeit von p = 1/4, weil es 4 Kombinationsmöglichkeiten gibt.
X und Y, X und nicht Y, nicht X und Y, nicht X und nicht Y.
Bei 3 Ereignissen sind es $2^3$ = 8 Möglichkeiten usw. Allgemein gibt es hier $2^n$ Kombinationsmöglichkeiten.

Nur wenn man Ereignisse *zusammenfasst*, erhält man Werte über 50%, also im Bereich der Wahrscheinlichkeit.
Z. B. umfasst das logische „oder“ (Disjunktion) $X \vee Y$ genau 3 von 4 Möglichkeiten:
X und Y, X und nicht Y, nicht X und Y.
Daher ist die theoretische Wahrscheinlichkeit $p^T(X \vee Y) = 3/4 = 75\%$.
Aber die faktische Wirklichkeit besteht aus Ereignissen bzw. Ketten von ihnen, aber nicht aus – kognitiven – Zusammenfassungen.

Man kann daher schlussfolgern: Unter dem Aspekt der theoretischen Wahrscheinlichkeit ist unsere gesamte Wirklichkeit (sehr) unwahrscheinlich und damit zufällig. Man könnte allerdings auch die noch weitergehende Theorie vertreten: alle Ereignisse oder Sachverhalten in der realen Welt sind prinzipiell zufällig. Nur in der *logisch-mathematischen* Welt gibt es Notwendigkeit – bei *tautologischen* Aussagen – und *Unmöglichkeit* – bei kontradiktorischen Aussagen.
Ich finde diese Auffassung aber zu radikal, sie verwischt die Unterschiede in der realen Welt zwischen unterschiedlichen Geraden von Wahrscheinlichkeit. Richtig ist allerdings, dass auch in der realen Welt Zufälligkeit normalerweise relational zu verstehen ist. D. h. ein Sachverhalt X ist *in Relation* zu einem Sachverhalt Y zufällig, und diese Relation wird vielfach durch logische Gesetze beschrieben.

## 7) Quantitatives Alternativ-Modell 2 - Zufall ist Gleichwahrscheinlichkeit

Nun gibt es ein anderes Modell von Zufall, dass vor allem in der Wissenschaft vertreten wird.
Greifen wir dafür noch einmal zurück auf die obige Tabelle:

| Empirische Wahrscheinlichkeit p | | Theoretische Wahrscheinlichkeit $p^T$ | |
|---|---|---|---|
| 8/8 | 100% | 1/256 | 0,39% |
| 7/8 | 87,5% | 8/256 | 3,12% |
| 6/8 | 75% | 28/256 | 10,93% |
| 5/8 | 62,5% | 56/256 | 21,87% |
| **4/8** | **50,0%** | **70/256** | **27,34%** |
| 3/8 | 37,5% | 56/256 | 21,87% |
| 2/8 | 25,0% | 28/256 | 10,93% |
| 1/8 | 12,5% | 8/256 | 3,12% |
| 0/8 | 0,0% | 1/256 | 0,39% |

Man sieht: wenn die empirische Wahrscheinlichkeit 50% beträgt (hier konkret 4/8), dann ist die theoretische Wahrscheinlichkeit an höchsten (hier 70/256 bzw. 27,34%), allerdings auch unter 50%.
Nach dieser Theorie sieht man nun primär den Wert 50% (p = 0,5) als *zufällig* an, als *Erwartungswahrscheinlichkeit*. Das erklärt sich wie folgt: Zufall versteht man hier als etwas nicht Geordnetes, dem kein Gesetz zugrunde liegt.

Betrachten wir das Verhältnis von Rauchen und Bronchitis, ausgehend wieder nur von einer kleinen Stichprobe (n = 8).

Wenn alle (8 = 100%) Raucher Bronchitis haben, so kann man vermuten, dass hier ein *Gesetz* vorliegt: *wer raucht, bekommt Bronchitis*. Die theoretische Wahrscheinlichkeit dafür ist sehr gering, es gibt nur 1 Möglichkeit dafür: 1/256 = 0,39%.

Wenn aber 4 (= 50%) Raucher Bronchitis haben und 4 nicht, kann man annehmen, dass *kein Zusammenhang*, keine Regel zwischen Rauchen und Bronchitis besteht. Für diese Verteilung gibt es aber die meisten Kombinationsmöglichkeiten, nämlich 70/256 = 27,34%.

Allerdings, für eine genauere Analyse muss man auch die *Nicht*-Raucher berücksichtigen. Angenommen es gälte: 50% Raucher Bronchitis haben Bronchitis, aber nur 0% (oder auch 5%) der *Nicht*-Raucher haben Bronchitis.
Dann kann man nicht annehmen, dass das Verhältnis Rauchen und Bronchitis zufällig ist, sondern vielmehr, dass Rauchen die Bronchitis fördert oder verursacht.
Wenn allerdings gilt: auch 50% der Nicht-Raucher haben Bronchitis, dann kann man wirklich von einem zufälligen Verhältnis von Rauchen und Bronchitis ausgehen.

Zufall ist nach dieser Sicht also der *empirische Wert, der die höchste theoretische Wahrscheinlichkeit besitzt*, der am ehesten zu erwarten ist, wenn keine Gesetzmäßigkeit besteht.

Damit besteht ein starker Unterschied, fast Gegensatz zu der Definition von Zufall als *Unwahrscheinlichkeit*. Hier ist der Zufall gerade durch eine sehr niedrige theoretische Wahrscheinlichkeit gekennzeichnet, es gibt zwar eine Regel, aber der Zufall ist gewissermaßen gerade die *Ausnahme von der Regel*.

Nochmals zur Übersicht am Beispiel:

*Unwahrscheinlichkeits-Modell*

95% aller Raucher haben Bronchitis (statistische Regel, Korrelation)
- Es ist wahrscheinlich, dass ein Raucher Bronchitis hat
- Es ist unwahrscheinlich (zufällig), dass ein Raucher *keine* Bronchitis hat (Ausnahme von der Regel)

*Gleichwahrscheinlichkeits-Modell*

50% aller Raucher haben Bronchitis (keine Regel, keine Korrelation)
- Es ist weder wahrscheinlich noch unwahrscheinlich, sondern zufällig, dass ein Raucher Bronchitis hat
- Und es ist weder wahrscheinlich noch unwahrscheinlich, sondern zufällig, dass ein Raucher *keine* Bronchitis hat.

## **8) Zufall und Kausalität**

Bisher haben wir den Zufall nur unter *logisch-statistischen* Gesichtspunkten analysiert.
Es gibt aber auch eine ganz andere Definition von Zufall, nämlich über *Kausalität*. Während sich die logisch-statistische Analyse primär auf *statische* Zustände, auf

*Sachverhalte* bezieht, geht es bei der – *dynamischen* – kausalen Analyse um *Ereignisse* oder *Prozesse*, die in der Zeit verlaufen.
Dabei lassen sich *3 Ansätze einer Kausal-Theorie des Zufalls* unterscheiden:

1. Ein Sachverhalt Y(Ereignis o.ä.) ist zufällig in Relation zu einem Sachverhalt X, wenn X nicht Ursache von Y und Y nicht Wirkung von X ist.
2. Ein Sachverhalt X ist zufällig, wenn er keine Ursache hat.
3. Ein Sachverhalt Y ist zufällig in Relation zu einem Sachverhalt X, wenn kleine Veränderungen in X zu großen Veränderungen in Y führen.

Oder knapper:
1. Zufall = Non-Kausalität
2. Zufall = überhaupt keine Ursache
3. Zufall = kleine Ursache, große Wirkung

*1. Zufall als nicht-kausale Relation*
Das ist oben schon angeklungen, beim Verhältnis von Rauchen und Bronchitis.
Nur müssen wir unterscheiden: *Korrelation* und *Kausalität* (wobei ich hier nur kurz darauf eingehen möchte, viel Genaueres dazu in meinen Logik-Büchern).

Beispiel: alle (100%) Raucher haben Bronchitis (und die meisten Nicht-Raucher nicht). Hier liegt offensichtlich eine *überzufällige* Beziehung vor, wir nennen sie *Korrelation*.
Ob hier aber wirklich eine *Kausal*-Beziehung vorliegt, der Art: „Alle Raucher haben Bronchitis, *weil* sie rauchen", ist zwar naheliegend, aber noch nicht bewiesen.

Andererseits: 50% der Raucher haben Bronchitis (und ca. 50% Nicht-Raucher auch).
Hier liegt keine Korrelation vor, und sehr wahrscheinlich auch keine Kausalität.
Das Verhältnis von Rauchen und Bronchitis wäre hier *zufällig*, im Sinne der Definition von Zufall als *Gleichwahrscheinlichkeit*.

Wenn man fragt, warum sich zufällige Verhältnisse ergeben, kann man antworten: Die Beziehung zwischen zwei Ereignissen oder Eigenschaften (usw.) ist dann zufällig, wenn *keine Kausalbeziehung* zwischen ihnen besteht.

Kausalität ist allerdings nicht schon durch Korrelation eindeutig bestimmt. Z. B. muss die Ursache der Wirkung *zeitlich* vorausgehen. Im eigentlichen Sinn meint Kausalität: Es erfolgt von X ein *Transport von Stoff, Energie oder Information* durch Raum und Zeit zu Y, mit der Folge, dass Y verändert wird (hervorgebracht wird, verkleinert oder vergrößert wird, blockiert wird usw.).

Allerdings besteht auch bei korrektem Kausal-Ansatz immer die folgende Gefahr,
- etwas für zufällig zu halten, dem letztlich doch Kausalität zu Grunde liegt
- etwas für kausal zu halten, das doch zufällig ist.

Hier nur ein Beispiel, das *Roulette*, Inbegriff eines Glücksspiels, eines Zufallsspiels.
Betrachten wir die beiden Farben rot und schwarz. Was kaum einer weiß (der nicht gerade Fachmann ist). Es ist genau so wahrscheinlich, dass z. B. 100 mal oder 1000 mal oder überhaupt nur rot kommt, wie jede andere *konkrete* Verteilung. Nur wenn wir *zusammenfassen* und sagen, es ist wahrscheinlicher dass 2 x rot nacheinander

kommt als s z. B. 4 x rot, dann stimmt das. Aber wir abstrahieren dann von der *konkreten Reihenfolge*.
Angenommen, es kommt 100 mal rot nacheinander, man hat also eine hohe *Korrelation* zwischen Kugelwurf und Farbe, dann würde man doch annehmen, hier liegt ein Kausalzusammenhang vor. Aber es ist dennoch der reine Zufall.

*2. Zufall als Ursachenlosigkeit*
Es gibt auch die Definition: *zufällig ist, was gar keine Ursache hat*. Das ist allerdings sehr problematisch: ob es etwas gibt, das keine Ursache hat, oder wir die Ursache nur nicht kennen. Ist es überhaupt denkbar, dass etwas keine Ursache hat – außer der „ersten Bewegung“, dem „ersten Beweger“?
Allerdings kann man wohl davon ausgehen, dass nicht alle Beziehungen deterministisch sind (zu 100% gelten), z. B. in der Quantenphysik. Ob man für Kausalität immer *deterministische* Gesetze fordern muss oder ob es auch *statistische Kausalität* gibt, ist umstritten.
Außerdem, Kant sah Kausalität nur als eine *Denkkategorie*, die wir auf die Welt projizieren, so gesehen wäre es durchaus möglich, dass in der objektiven Realität gar keine Kausalität existiert.

*3. Zufall als Chaos*
Wie man auch sagt: *kleine Ursache, große Wirkung*. Es geht hier darum, dass kleinste Ursachen (bzw. Veränderungen) große Wirkungen haben können. In der Physik spricht man von *Chaos*, z. B. von dem sogenannten *Schmetterlingseffekt*, nach dem theoretisch der Flügelschlag eines Schmetterlings eine ganze Wetterfront beeinflussen können. Mathematisch beschreibt man dies mit non-linearen Gleichungen. Man kann diese Efekte zwar auch im Rahmen von Unwahrscheinlichkeit interpretieren, aber es geht hier zusätzlich um Kausaleffekte.

Auch im alltäglichen Leben spielt das eine Rolle. Natürlich machen wir ständig Handlungen, deren Auswirkungen gering sind bzw. wir erkennen die Folgen nicht. Andererseits können eben auch kleinste Veränderungen in unserem Verhalten zu gravierenden Auswirkungen führen.

Eine besondere Rolle spielt dabei die *Zeit*. Angenommen ein Mann, John, will aus der Wohnung gehen, sieht aber noch, dass das Fenster auf Kipp steht. Er geht zum Fenster, schließt es und geht dann, 7 Sekunden später. Dadurch verpasst er – sonst sehr pünktlich – seine Bahn und dadurch lernt er Jenny, seine Traumfrau kennen, sie heiraten, bekommen Kinder usw. – eine ganze neue Familie entsteht.

Solche *Sekunden* oder Sekundenbruchteile spielen auch eine Rolle bei tragischen *Unfällen*. 1 Sekunde früher oder später an einer Kreuzung, entscheidet womöglich darüber, ob man mit einem anderen Auto zusammenstößt oder nicht, und kann so über die ganze Zukunft entscheiden, über Leben oder Tod.

Der Betroffene denkt dann oft zwanghaft z. B.: Hätte ich doch nicht noch den Spiegel zurecht gerückt und da 3 Sekunden verloren, mein ganzes Leben wäre ein anderes! Das ist einerseits wahr, aber andererseits auch irreal. Denn jede der Hunderte (oder Tausende) von kleinen Handlungen war ein Mosaikstein auf dem Weg zum Unfall, das Zurechtrücken des Spiegels war nur *eine* in einer ganzen Kette: hätte er morgens noch seine Frau geküsst, hätte er den Kaffee ausgetrunken, hätte er nicht so lange den Sportteil der Zeitung gelesen usw. usw., wenn er nur *eine* dieser Handlungen anders gemacht hätte, wäre der Unfall wahrscheinlich nicht passiert.

Solche kleinen Handlungen bzw. Handlungsdifferenzen haben nicht nur für uns selbst, sondern auch für *andere* große Bedeutung, wie man am Beispiel des Unfalls sieht.
Aber es geht über den direkten Kontakt voraus: man setzt ganze *Handlungsketten* oder Ereignisketten in Gang, die sich immer weiter verzweigen. Angenommen man fährt morgens zur Arbeit, behindert dabei einen anderen Wagen, der zum Flughafen fährt. Der Reisende ärgert sich, er kommt auch etwas später ins Flugzeug, ärgert sich weiter, geht an seinem Reiseziel zu einem Weltmeister-Fußballspiel, ist immer noch gestresst von der Behinderung, pfeift aus Ärger mit seiner Trillerpfeife, die Spieler sind einen Moment irritiert – und das Weltmeister-Fußballspiel geht anders aus, als es sonst ausgegangen wäre, wenn man den Fahrer nicht behindert hätte.

Sicherlich, insgesamt spielen Millionen von Handlungen eine Rolle. Man kann auch kaum sagen, dass eine bestimmte Handlung der Tropfen ist, der das Fass zum Überlaufen bringt. Aber dennoch kann es *eine einzige winzige* Handlung diejenige sein, ohne die das Ganze nicht passiert wäre. Logisch gesehen, handelt es sich um eine *notwendige* Bedingung, keine *hinreichende*. (Natürlich gibt es auch Prozesse, die unser Verhalten nicht beeinflusst, z. B. astronomische Vorgänge).

## **9) Zufall und Absicht**

Eine andere Definition ist: zufällig ist das, was ohne *Absicht*, ohne *Ziel*, ohne *Sinn* geschieht, d. h. willkürlich. Man spricht auch vom „blinden Zufall“.
Das bezieht sich primär auf das *menschliche Verhalten*, aber man kann natürlich auch dem ganzen Weltgeschehen – oder Gott – Ziele oder Absichten unterstellen.

Dabei ist zu bedenken: Die Motive anderer Menschen sind uns oft nicht bekannt, ihr Verhalten mag willkürlich, beliebig, zufällig erscheinen, ist aber doch von bestimmten Absichten geleitet. Noch wichtiger: Auch unsere eigenen Motivationen und Wünschen können uns unverständlich sein, weil sie *unbewusst* oder wenigstens unterbewusst sind. Die Aufdeckung solcher verborgenen Antriebe und Begierden spielt eine große Rolle in der Psychotherapie.

Genauso wie man in Frage stellen muss, ob es irgendein Ereignis gibt, das gar keine Ursache hat, ist zu bezweifeln, ob es Handlungen gibt, denen kein Antrieb oder Motiv zugrunde liegt. Denn nur ein solcher Handlungsantrieb bzw. ein Handlungsziel gibt normalerweise die Energie für die Handlung. Ganz allgemein zielt jedes Verhalten auf *Lustgewinn* bzw. Vermeidung von Unlust.

Eine wichtige Rolle spielt der Zufall in der *Evolutionstheorie*, wo die *Mutationen* – als Motor der Evolution – ungerichtet, eben zufällig sind (jedenfalls nach der herrschenden Theorie), wogegen die Selektion den Faktor Notwendigkeit miteinbringt.

Letztlich ist die Definition von Zufall als Ziellosigkeit aber nur eine Variation der Kausal-Theorie des Zufalls. Die *Ursachen* sind hier eben Absichten, Wünsche, Bedürfnisse, Ziele – dagegen gilt der „blinde“ Zufall als ziellos, ungerichtet, wahllos.

## 10) Bewertung des Zufalls

Bisher wurde der Zufall nur logisch-statistisch bzw. kausal betrachtet.
Der Zufall unterliegt aber auch vielfältigen *Bewertungen*:
Grundsätzlich gilt:

- glücklicher Zufall = Glück
- unglücklicher Zufall = Unglück

Da gibt es viele Begriffe

- Glück: Schwein, Dusel, günstige Fügung, Gunst der Verhältnisse, Fortuna, Segen
- Unglück: Pech, Schlamassel, Schicksalsschlag, Ungunst der Verhältnisse, „Tücke der Welt“, Verhängnis, Pechsträhne („ein Unglück kommt selten allein“).

Der Zufall bringt also viel Glück, aber auch viel Unglück über die Menschen.
Er führt dazu, dass jemand seine Traumfrau kennenlernt, aber er führt auch zu furchtbaren Unglücken, tödlichen Tragödien.
Ob man morgens gerade noch das Klappfenster schließt, ob man noch einen letzten Schluck Kaffee trinkt, ob man seiner Frau noch einen Kuss gibt, kann über das ganze Leben entscheiden. Z. B. ob man einen schweren Unfall erleidet oder jemanden kennenlernt, der zum besten Freund wird. (Das wurde schon beim Thema „kleine Ursache, große Wirkung“ diskutiert).

Der Zufall steht in Verbindung zum *Schicksal*.
Zwar gibt es auch eine deterministische Theorie des Schicksals als der Vorherbstimmung, als Vorsehung, als Geschick (wobei der vermeintliche Zufall in die Vorhersehung integriert sein kann). Aber andererseits ist es auch das blinde Walten des Zufalls, das Unvorsehbare, nicht Planbare, welches das ganze Leben bestimmen kann.

Wie viele Menschen haben schon verzweifelt, wütend oder angstvoll geklagt: Hätte ich nur das nicht getan! Wäre ich nur 1 Minute früher aus dem Haus gegangen. Hätte ich mir noch die Zeit genommen, den Wetterbericht zu hören und wäre vor dem Glatteis gewarnt gewesen!

Die – wirkliche oder auch nur scheinbare – *Zufälligkeit* von Unglücken und Tragödien erzeugt ein Gefühl von *Absurdität*, von *Ungerechtigkeit*. Man fragt: Warum gerade Ich?! Womit habe ich das verdient?! Andererseits wird auch immer wieder versucht, dem Wüten des Zufälligen einen Sinn zu geben oder eben auch nur unterstellen, weil sich ein sinnloses Leid am schwersten aushalten lässt. Lieber gibt man sich sogar selbst die Schuld, um nur irgendeine fassbare Erklärung zu haben.

Die Reaktionen der Menschen auf solches absurde Leid, auf die Absurdität der Welt, sind aber sehr unterschiedlich. Sie reichen vom Heroismus, mit dem einer sein Schicksal annimmt und meistert, über den wütenden, aber letztlich ohnmächtigen Protest bis zu einem Zerbrechen, in Depression, Verbitterung, Krankheit oder Tod.

# Zusammenfassung

Die Zusammenfassung verzichtet auf notwendige Differenzierungen, die finden sich im Text. Zufall ist ein komplexes, vielschichtiges Phänomen.

- Modal-Logik: Zufällig = nicht notwendig und nicht unmöglich
  $\text{Zufällig}(X) \Leftrightarrow \neg \text{Notwendig}(X) \wedge \neg \text{Unmöglich}(X)$

- Quantoren-Logik: Zufällig = gilt nicht für alle, aber mindestens einen
  $\text{Zufällig}(Fa) \Leftrightarrow \neg\Lambda x(Fx) \wedge \neg\Lambda x\neg(Fx)$

- Quantifizierte Quantoren-Logik: Zufällig = gilt für < 100% und > 0%
  $\text{Zufällig}(Fa) \Leftrightarrow p(Fx) < 1 \wedge p(Fx) > 0$

- Quantitative Logik (Modell 1): Zufällig = unwahrscheinlich, d. h. < 50%
  $\text{Zufällig}(F) \Leftrightarrow p(F) < 0{,}5 \wedge p(F) > 0$ $p^T$ fällt mit fallendem p.

- Quantitative Logik (Modell 2): Zufällig = gleichwahrscheinlich, d. h. 50%
  $\text{Zufällig}(F) \Leftrightarrow p(F) = 0{,}5$ $p^T$ ist maximal.

- Der Zufall kann mit der *empirischen* Wahrscheinlichkeit p und mit der *theoretischen* Wahrscheinlichkeit $p^T$ beschrieben werden.

- In der normalen Sprache versteht man *zufällig* so, als ob Realität impliziert wird. Zufällig (X) $\Rightarrow$ X. Aber in einem formalsprachlichen, systematischen Modell ist „zufällig“ als realitäts-neutral zu interpretieren, entsprechend „(un)wahrscheinlich“.

- Man kann den Zufall rein logisch-mathematisch beschreiben, aber auch in Bezug auf *Kausalität*. Zufällig ist dann etwas, das keine (spezielle) Ursache hat oder bei dem kleinste Veränderungen der Ursache zu großen Auswirkungen führen.

- Außerdem kann man Zufall in Relation zu *Absichten* und *Zielen* definieren. Der „blinde Zufall“ ist gekennzeichnet als absichtslos, ungerichtet, ziellos, willkürlich.

- Der Zufall unterliegt vielfältigen *Bewertungen*: *glücklicher Zufall* = Glück, *unglücklicher Zufall* = Unglück. So gesehen spielt der (echte oder auch nur vermeintliche) Zufall eine große Rolle in unserem Leben: Er bringt uns positive Überraschungen, glückliche Erfahrungen, aber auch Tragödien und Schicksalsschläge.

(Dieser Aufsatz wurde unter schwierigen Bedingungen geschrieben, so dass er nicht vollständig ausgefeilt werden konnte. Ich plane eine spätere Überarbeitung.)

Literatur von Ben-Alexander Bohnke zum Thema:

INTEGRALE LOGIK - Ein neues Modell philosophischer und mathematischer Logik
Selbstverlag, 2. Aufl., Bad Neuenahr-Ahrweiler 2008

NEUE LOGIK
Einführung in die Integrale Logik
Selbstverlag, Bad Neuenahr-Ahrweiler 2008