Ben-Alexander Bohnke 01.10.2012

# GEGENSATZ - eine logisch-sprachliche Analyse

## Einführung

• Ein Gegensatz ist in einem ersten Ansatz: der Unterschied bzw. die Beziehung zwischen *relativen Größen*.
• *Extensional* (bezogen auf *Mengen*) geht es z. B. um den Unterschied zwischen „alle“ und „einige“ – innerhalb *einer* Menge.
• *Intensional* (bezogen auf *Eigenschaften*) geht es z. B. um den Unterschied zwischen „vollständig“ und „partiell“, innerhalb *einer* Merkmalsdimension.
• Die Beziehungen zwischen diesen Größen lassen sich durch logische Relationen bzw. Junktoren wie → oder ∨ beschreiben.

## 1 Extensionale Gegensätze

### 1-1 Schärfe von Gegensätzen

Man unterscheidet verschiedene Gegensätze nach ihrer Schärfe:

a) kontradiktorisch
alle >< einige nicht bzw. alle nicht >< einige (genauer: mindestens einer)
Hier ist das eine das genaue Gegenteil bzw. die Negation vom anderen
b) konträr
alle | alle nicht
Die können nicht beide wahr sein, aber beide falsch, wenn z. B. „einige“ wahr ist
c) subaltern
alle → einige bzw. alle nicht → einige nicht
Wenn „alle“ wahr ist, muss auch mindestens „einige“ wahr sein, und entsprechend
d) subkonträr
einige ∨ einige nicht
Die können nicht beide falsch sein, aber beide wahr.

Der *kontradiktorische* Gegensatz ist der schärfste, dann kommt der *konträre*. Nur diese beiden sind wirklich wichtig als Gegensätze. Der *subkonträre* Gegensatz ist sehr schwach, der *subalterne* Gegensatz wird kaum wirklich als Gegensatz wahrgenommen.

### 1-2 Wahrheitsverläufe der relevanten Junktoren bzw. Relatoren

| X | Y | ∧ | ∨ | >< | $\mid$ | → | ↔ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| + | + | + | + | – | – | + | + |
| + | – | – | + | + | + | – | – |
| – | + | – | + | + | + | + | – |
| – | – | – | – | – | + | + | + |

Ich schreibe + und – statt w(ahr) und f(alsch), weil ich eine neutrale Darstellung bevorzuge und mich nicht auf Sätze festlegen möchte.

$\Lambda$ = der All-Quantor (für alle gilt)
V = der Partikulär-Quantor oder Existenz-Quantor (für mindestens einige gilt)
x = Individuen-Variable

## 1-3 Gegensätze in Aussagen

Wir haben oben gesagt: Gegensätze sind unterschiedliche Größen.
Wie aber der Begriff Gegen-*Satz* schon aussagt, werden diese Gegensätze meistens in *Sätzen* oder Aussagen formuliert.
Das führen wir hier in einer halb-formalen und formalen quantoren-logischen Form durch, zunächst für ganz einfache Gegensätze.

- kontradiktorisch
  „alle x sind F" ist die Negation von „einige x sind nicht F" und umgekehrt
  alle x sind F >< einige x sind nicht F <u>bzw.</u> alle x sind nicht F >< einige x sind F
  $\Lambda x(Fx)$ >< $Vx\neg(Fx)$ bzw. $\Lambda x\neg(Fx)$ >< $Vx(Fx)$

- konträr
  „alle x sind F" schließt aus, dass alle x nicht F sind
  alle x sind F | alle x sind nicht F
  $\Lambda x(Fx) \mid \Lambda x\neg(Fx)$

- subaltern
  Wenn alle x F sind, dann sind auch einige x F
  Wenn alle x nicht F sind, dann sind auch einige x nicht F
  Alle x sind F $\rightarrow$ einige x sind F <u>bzw.</u> alle x sind nicht F $\rightarrow$ einige x sind nicht F
  $\Lambda x(Fx) \rightarrow Vx(Fx)$ bzw. $\Lambda x\neg(Fx) \rightarrow Vx\neg(Fx)$

- subkonträr
  einige x sind F oder einige x sind nicht F
  einige x sind F $\vee$ einige x sind nicht F
  $Vx(Fx) \vee Vx\neg(Fx)$

## 1-4 Synthetische und analytische Aussagen

Man unterscheidet zwischen *synthetischen* und *analytischen* Aussagen. Synthetische Aussagen sind empirisch wahr oder falsch, analytische Aussagen sind logisch wahr (tautologisch) oder logisch falsch (kontradiktorisch). Gegensatz-Aussagen wie die obigen sind analytisch wahr, anders gesagt, es sind logische Gesetze. Ich verwende deshalb nicht (wie oben zunächst) die normalen Junktoren wie $\rightarrow$, $\vee$ usw., sondern solche, die den tautologischen Status signalisieren, bei Pfeilen den Doppelpfeil, sonst zwei hochgestellte +.
Man kann zwar auch synthetische Gegensätze darstellen, das behandele ich aber später.

## 1-5 Logisches Quadrat

Man kann die Gegensätze übersichtlich in einem *logischen Quadrat* (oder Rechteck) darstellen. Hier verwende ich die *analytischen* Kennzeichnungen:

| | | |
|---|---|---|
| alle | $^{+}\vert^{+}$ | alle¬ |
| $\Downarrow$ | $^{+}><^{+}$ | $\Downarrow$ |
| einige | $^{+}\vee^{+}$ | einige¬ |

**Logisches Quadrat: Sätze in der Quantoren-Logik**

| | | |
|---|---|---|
| Λx(Fx) | $^{+}\vert^{+}$ | Λx¬(Fx) |
| $\Downarrow$ | $^{+}><^{+}$ | $\Downarrow$ |
| Vx(Fx) | $^{+}\vee^{+}$ | Vx¬(Fx) |

**1-6 Exklusive Gegensätze – exklusive Quantoren-Logik**

Man kann zwischen einem *inklusiven* „einige“ und einem *exklusiven* „einige“ unterscheiden:

- inklusives „einige“: *mindestens* einige bzw. mindestens einer („alle“ ist möglich)
- exklusives „einige“: genau einige („alle“ ist ausgeschlossen).

Hier ergeben sich andere Relationen als im inklusiven Fall.

Für mindestens einige schreibe ich wie gesagt V. Für „genau einige“ schreibe ich ∃. Man kann ∃ den ‘*exklusiven Partikulär-Quantor’* nennen. Das umgekehrte ∃ steht bei mir also nicht für „Existenz“, sondern für „exklusiv“.

Es sei daran erinnert, dass sich die exklusive Quantoren-Logik nur in der Definition des „einige“ unterscheidet, nicht in der Definition von „alle“.

| | | |
|---|---|---|
| alle | $^{+}\vert^{+}$ | alle¬ |
| $^{+}\vert^{+}$ | $^{+}\vert^{+}$ | $^{+}\vert^{+}$ |
| genau einige | $\Leftrightarrow$ | genau einige¬ |

Dieses *exklusive* logische Quadrat weicht also deutlich vom *inklusiven* logischen Quadrat ab. Es ist durch die Relation *Exklusion* | wesentlich bestimmt.

Für *einfache* Relationen formuliert, ergibt sich:

| | | |
|---|---|---|
| $\Lambda x(Fx)$ | $^{+}\vert^{+}$ | $\Lambda x\neg(Fx)$ |
| $^{+}\vert^{+}$ | $^{+}\vert^{+}$ | $^{+}\vert^{+}$ |
| $\exists x(Fx)$ | $\Leftrightarrow$ | $\exists x\neg(Fx)$ |

Das Verhältnis des inklusiven und exklusive „einige“ zeigt das folgende Diagramm:

| | | |
|---|---|---|
| genau einige | $\Leftrightarrow$ | genau einige¬ |
| $\Downarrow$ | $\Downarrow$ | $\Downarrow$ |
| einige | $^{+}\vee^{+}$ | einige¬ |

**1-7 Aussagen-logische Darstellung**

Bisher wurden die Gegensätze quantoren-logisch dargestellt, mit Hilfe der beiden Quantoren Λ und V. Nun gibt es aber auch in der Aussagen-Logik ein logisches Quadrat (Rechteck):

| | | |
|---|---|---|
| $A \wedge B$ | $^{+}\vert^{+}$ | $\neg A \wedge \neg B$ |
| $\Downarrow$ | $^{+}{>}{<}^{+}$ | $\Downarrow$ |
| $A \vee B$ | $^{+}\vee^{+}$ | $\neg A \vee \neg B$ |

Lassen die Gegensätze zwischen „alle“ und „einige“ u.ä. also auch aussagen-logisch darstellen? Nach meiner Auffassung nicht, es handelt sich hier nur um eine *Strukturübereinstimmung*. Daher ist die aussagen-logische Darstellung aber dazu geeignet, mittels ihrer Wahrheitswertetafeln die Beziehungen zwischen den Gegensätzen leicht zu überprüfen.

Außerdem kann man die aussagen-logische Darstellung als eine *verkürzte* prädikaten-logische Darstellung auffassen, welche die Gegensätze zwischen „alle“ und „einige“ sehr wohl darstellen kann, weil sie der quantoren-logischen Darstellung äquivalent ist.

Nachfolgend das logische Quadrat mit der *vollständigenen* prädikaten-logische Darstellung:

$$
\begin{array}{ccc}
Fx_1 \wedge \ldots \wedge Fx_n & ^{+}|^{+} & \neg Fx_1 \wedge \ldots \wedge \neg Fx_n \\
\Downarrow & ^{+}\!\!><\!\!^{+} & \Downarrow \\
Fx_1 \vee \ldots \vee Fx_n & ^{+}\vee^{+} & \neg Fx_1 \vee \ldots \vee \neg Fx_n
\end{array}
$$

**1-7 Komplexere Aussagen**
Komplexe Relationen enthalten *mindestens zwei* Prädikat-Variablen (‚F' und ‚G') z. B.: „alle F sind G" bzw. „Für alle x gilt: wenn sie F sind, dann sind sie auch G."

$$
\begin{array}{ccc}
\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) & ^{+}|^{+} & \Lambda x\neg(Fx \rightarrow Gx) \\
\Downarrow & ^{+}\!\!><\!\!^{+} & \Downarrow \\
\mathrm{V}x(Fx \rightarrow Gx) & ^{+}\vee^{+} & \mathrm{V}x\neg(Fx \rightarrow Gx)
\end{array}
$$

Nun werden solche Aussagen wie „einige F sind G" oder „einige F sind nicht G" in der Logik aber normalerweise anders formalisiert.
Das verbreitetste Modell, in der Logik wie in der *Wissenschaftstheorie*, ist das folgende:

$$
\begin{array}{ccc}
\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) & & \Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx) \\
 & ^{+}\!\!><\!\!^{+} & \\
\mathrm{V}x(Fx \wedge Gx) & & \mathrm{V}x(Fx \wedge \neg Gx)
\end{array}
$$

Bei diesem Modell stimmen aber nur die 2 Diagonal-Beziehungen

$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$ $^{+}\!><\!^{+}$ $\mathrm{V}x(Fx \wedge\neg Gx)$ und $\Lambda x(Fx \rightarrow \neg Gx)$ $^{+}\!><\!^{+}$ $\mathrm{V}x(Fx \wedge Gx)$

mit dem logischen Quadrat überein. Und bei den anderen Relationen besteht gar keine *tautologische* Verbindung. Es ist erstaunlich, dass dieser Diskrepanz in der Logik nicht mehr Aufmerksamkeit geschenkt wird (wenn man sie überhaupt bemerkt hat), denn sie stellt die Brauchbarkeit dieses Modells doch sehr in Frage. Am besten ist ein Modell mit der *Positiv-Implikation*, die ich in meiner „Integralen Logik" entwickelt habe und in meinen Büchern beschreibe.

**1-8 Quantitative Darstellung der Gegensätze**
Man kann die Quantoren „alle" und „einige" *quantifizieren*, also in Zahlen ausdrücken. Und zwar entweder in Prozent, 0% - 100%, oder über Wahrscheinlichkeit p im Wertebereich 0 – 1.

| Quantor | Prozent | Wahrscheinlichkeit p |
|---|---|---|
| $\Lambda$ | 100% | 1 |
| $\Lambda\neg$ | 0% | 0 |
| V | >0% | > 0 |
| V$\neg$ | <100% | < 1 |

Hier wird besonders deutlich, dass die Gegensatzpaare nicht gleichzusetzen sind:
p = 1 und p = 0 umfassen jeweils nur 1 wert, dagegen > 0 und < 1 Intervalle von unendlich vielen Zahlen. So steht z. B. > 0 für jeden Wert außer 0, einschließlich 1.
Man kann diese klassischen Gegensätze auch erweitern, indem man z. B. „die meisten“ (> 50%) bzw. „die wenigsten“ (< 50%) noch hinzufügt.

**1-9 Generelle Quantifizierung**
Mittels der Quantifizierungen kann man die obigen klassischen 6 Gegensätze (vgl. Logisches Quadrat) bzw. 4 Größen(bereiche) aber auch ganz hinter sich lassen, ja man kann jeden Prozentwert angeben.:
Also z. B. 75%, 33% usw., konkret: “75% der x sind F” versus 33% der x sind F“.

Ja, hier gelten auch Gegensätze, und zwar verschiedene Art:
- konträr: z. B.: 75% der x sind F $^{+}|^{+}$ 33% der x sind F.
- kontradiktorisch: z. B.: 75% der x sind F $^{+}{>}{<}^{+}$ > 25% $\vee$ < 25% der x sind nicht F
- subaltern: z. B.: 75% der x sind F $\Rightarrow$ > 30% der x sind F.
- subkonträr: z. B.: ≥ 50% der x sind F $^{+}\vee^{+}$ ≤ der x sind F.

Anders sieht es aus, wenn man einen Wert (im Sinne von „*mindestens* einige“) interpretiert z. B. 75% der x sind F $\Rightarrow$ ≥ 33% der x sind F. Hier könnte man den subalternen Gegensatz postulieren.
So gesehen sind die klassischen, quantoren-logischen Gegensätze letztlich Grenzwerte beliebiger quantitativer Werte zwischen 0 und 1.

**1-7 Finite und infinite Aussagen**
Aussagen mit „alle“, „einige“ (z. B. alle x sind F) usw. sind primär als *finite* Aussagen zu verstehen, die sich auf *endlich große* Mengen beziehen. Ihre Deutung als *infinite* Aussagen, die sich auf *unendliche* Mengen beziehen, ist nicht unproblematisch.
Noch mehr gilt dies für quantifizierte, numerische Aussagen wie „100% aller x sind F“ oder „p(Fx) = 1“. Dieser Problematik möchte ich hier aber nicht diskutieren.

**1-8 Absolute und relative Größen**
Normalerweise werden Gegensätze nur für *relative* Größen definiert, wie eben „einige“ oder „100 %“ oder p = 1. Bei den Prozentangaben ist besonders gut zu erkennen, dass sie relativ sind. Z. B. 70% bedeutet eben: 70 von 100, es ist ein Bruch, mit 70 als Zähler und 100 als Nenner.
Man könnte Gegensätze aber auch für absolute Größen angeben, z. B.:
70x sind F $^{+}|^{+}$ 90x sind F

## 1-9 Widerspruch

Oft werden die Begriffe *Widerspruch* und *Gegensatz* gleichbedeutend verwendet, das ist aber nicht korrekt. Hier muss ich etwas ausholen.
Der *kontradiktorische* und der *konträre* Gegensatz können in der Realität nicht vorkommen, weil dies widersprüchlich wäre. D. h. logisch, es können nicht die beiden Glieder des Gegensatzes durch die Konjunktion “und“ ($\wedge$) verbunden werden.
Z. B. der *kontradiktorische* Gegensatz $\Lambda x(Fx)\ ^{-}\wedge^{-}\ Vx\neg(Fx)$
Das ist ein *Widerspruch* oder eine *Kontradiktion*, ich kennzeichne das durch hochgestellten –.
Ebenso der *konträre* Gegensatz: $\Lambda x(Fx)\ ^{-}\wedge^{-}\ \Lambda x\neg(Fx)$
Dagegen der *subalterne* Gegensatz: $\Lambda x(Fx) \wedge Vx(Fx)$, das ist logisch möglich.
Ebenso der *subkonträre* Gegensatz: $Vx(Fx) \wedge Vx\neg(Fx)$, auch das ist nicht auszuschließen.
Der Inbegriff der Kontradiktion ist (wie schon der Name sagt) der kontradiktorische Gegensatz. Er entsteht durch die *Konjunktion* der beiden Glieder des Gegensatzes.
$\Lambda x(Fx)\ ^{-}\wedge^{-}\ \neg\Lambda x(Fx)$. Es gilt $\neg\Lambda x(Fx) \Leftrightarrow Vx\neg(Fx)$.
Ein Widerspruch ist aber nicht nur beim kontradiktorischen Gegensatz gegeben, sondern immer bei der Konjunktion eines Ausdrucks und seiner Negation: also $X\ ^{-}\wedge^{-}\ \neg X$.
(Zwar gibt es auch Kontradiktionen, die nicht auf der Konjunktion beruhen, aber das braucht hier nicht dargelegt zu werden.)
Es wird oft von Gegensätzen oder Widersprüchen in unserer *Wirklichkeit* gesprochen. Sieht man einmal von den schwachen subalternen und subkonträren Gegensätzen ab, so ist dies nicht möglich, jedenfalls nach unserem vorherrschenden Weltbild. Es können z. B. nicht zugleich alle Menschen sterblich sein und einige Menschen unsterblich. Was logisch unmöglich ist, das kann es auch real nicht geben. Wir können solche Gegensätze sprachlich benennen, gedanklich erfassen (bis zu einem gewissen Grad); dabei geht es aber primär darum, gerade den Ausschluss zu kennzeichnen, also z. B. dass sich $\Lambda x(Fx)$ und $\neg\Lambda x(Fx)$ ausschließen, weshalb wir sie logisch eben mit dem „entweder – oder“ >< schreiben. Wenn wir von Gegensätzen sprechen, handelt es sich meistens schlicht um reale *Unterschiede*, die wir vielleicht als ungerecht empfinden: z. B. Unternehmer „x“ verdient Millionen und zahlt kaum Steuern, der kleine Angestellte „y“ hat ein knappes Einkommen, muss davon aber einen hohen Prozentssatz Steuern bezahlen – das hat aber nichts mit einem logischen Widerspruch zu tun.
Allenfalls den *subkonträren Gegensatz* kann man mit einigem Nutzen auf die Realität anwenden, z. B.: Einige Menschen sind reich, einige Menschen sind arm (nicht reich).

## 1-10 Kein Gegensatz

Was ist eigentlich kein Gegensatz?

• Äquivalenz
Die logische Äquivalenz ist die Negation der Kontradiktion.
z. B. $\Lambda x(Fx) \Leftrightarrow \neg Vx\neg(Fx)$
Generell gelten hier folgende Äquivalenzen:

$\Lambda x(Fx) \Leftrightarrow \neg Vx\neg(Fx)$
$\Lambda x\neg(Fx) \Leftrightarrow \neg Vx(Fx)$
$\neg\Lambda x(Fx) \Leftrightarrow Vx\neg(Fx)$
$\neg\Lambda x\neg(Fx) \Leftrightarrow Vx(Fx)$

• Unterschied
z. B. $\Lambda x(Fx)$ und $Vx(Gx)$
Diese beiden Ausdrücke sind *logisch völlig unabhängig* voneinander, es gibt keinen logischen Junktor, mit dem wir sie in Relation setzen könnten, sie betreffen *verschiedene* Klassen F und G. Etwas anderes ist: Es könnten *empirische* Beziehungen zwischen ihnen (F, G) bestehen.

# 2 Intensionale Gegensätze

## 2-1 Definition

Man kann *intensionale* Gegensätze, analog zu den extensionalen Gegensätzen bestimmen:

| Extensional | Intensional |
|---|---|
| • alle | vollständig, ganz, total |
| • einige | teils, partiell |
| • alle nicht | gar nicht |
| • einige nicht | teils nicht, partiell nicht |

Während es *extensional* also um die relative Anzahl der *Elemente einer Menge* geht, geht es *intensional* gewissermaßen um die relative Anzahl der *Größeneinheiten*, also die Quantität einer *Eigenschaft* oder eines *Merkmals*.
Man kann sich das so vorstellen, dass es *eine Eigenschaftsdimension* gibt mit verschiedenen *Größenausprägungen*, von total bis gar nicht, also z. B. „dick" gegenüber „dünn", auf der Dimension *Körperumfang* oder „schwer" und „leicht" auf der Dimension *Gewicht*.

## 2-2 Logisches Quadrat

Auch intensional kann man ein logisches Quadrat aufstellen

| | | |
|---|---|---|
| ganz | $^+|^+$ | gar nicht |
| $\Downarrow$ | $^+\!><\!^+$ | $\Downarrow$ |
| partiell | $^+\!\vee^+$ | partiell nicht |

## 2-3 Analytische und synthetische Gegensätze

Auch intensional werden die klassischen Gegensätze also durch *analytische* (logisch wahre) Sätze beschrieben. Man kann aber die Relatoren wie >< oder | auch bei *synthetischen* Beziehungen anwenden.
Z. B. könnte man einen konträren Gegensatz wie „fettleibig | gesund" postulieren. D. h. Fettleibigkeit und Gesundheit schließen sich aus, aber alle anderen Kombinationen sind möglich, also kann jemand nicht fettleibig (dünn) und dennoch nicht gesund (krank) sein. Allerdings lässt sich ein synthetischer *kontradiktorischer* Gegensatz kaum oder gar nicht finden. Man könnte z. B. versuchen, „materiell" und geistig" als solchen Gegensatz darzustellen, aber „geistig" steht letztlich für „immateriell", und der Gegensatz zwischen materiell und immateriell ist eben analytisch.
In jedem Fall ergibt sich folgender Unterschied: bei den analytischen Gegensätzen geht es nur um Ausprägungen auf *einer* Eigenschaftsdimension. Bei den synthetischen Gegensätzen geht es um empirische Beziehungen zwischen *unterschiedlichen* Eigenschaften, wie z. B. Körperumfang und Gesundheit.

**2-3 Beispiel Modalität**
Man kann für *Modal-Eigenschaften* folgendes logisches Quadrat aufstellen:

| | | |
|---|---|---|
| notwendig | $^{+}|^{+}$ | unmöglich |
| $\Downarrow$ | $^{+}{>}{<}^{+}$ | $\Downarrow$ |
| möglich | $^{+}\vee^{+}$ | unnotwendig |

unmöglich $\Leftrightarrow \neg$ möglich unnotwendig $\Leftrightarrow \neg$ notwendig

**2-4 Satz**
Primär besteht der Gegensatz allerdings nicht zwischen *Begriffen* (wie notwendig), sondern zwischen *Sätzen* (siehe Gegen-*Satz*). Also könnte man am Beispiel formulieren:

| | | |
|---|---|---|
| X ist notwendig | $^{+}|^{+}$ | X ist unmöglich |
| $\Downarrow$ | $^{+}{>}{<}^{+}$ | $\Downarrow$ |
| X ist möglich | $^{+}\vee^{+}$ | X ist unnotwendig |

**2-5 Quantifizierung**
Auch die intensionalen Größen kann man *quantitativ-numerisch* ausdrücken.

| Sprache | Prozent | relative Größe p |
|---|---|---|
| ganz | 100% | 1 |
| gar nicht | 0% | 0 |
| partiell | >0% | > 0 |
| partiell nicht | <100% | < 1 |

Nehmen wir als Beispiel die Eigenschaftsdimension *Modalität*. Wir nennen die *relative Größe* p(Modalität) oder kurz p(modal). Dann ergeben sich folgende Möglichkeiten:
p(Modal) = 1: Notwendigkeit, p(Modal) < 1: Unnotwendigkeit,
p(Modal) = 0: Unmöglichkeit, p(Modal) > 0: Möglichkeit.

| | | |
|---|---|---|
| **p(modal) = 1**<br>notwendig | $^{+}|^{+}$ | **p(modal) = 0**<br>unmöglich |
| $\Downarrow$ | $^{+}{>}{<}^{+}$ | $\Downarrow$ |
| **p(modal) > 0**<br>möglich | $^{+}\vee^{+}$ | **p(modal) < 1**<br>unnotwendig |

**2-6 Skala**
Man kann sich eine *Skala* vorstellen, die von p = 0 bis zu p =1 reicht

0 Modalität 1

Unmöglichkeit Notwendigkeit

Diese Skala kann man sich als *kontinuierlich* vorstellen, so dass also nicht nur die Werte 1, 0, > 0 uns < 1, sondern beliebig viele Werte vorkommen.

Man kann aber auch 2 Skalen entwerfen.

0 1
Notwendigkeit

1 0
Unmöglichkeit

Die Werte für Notwendigkeit und Unmöglichkeit sind *umgekehrt proportional*.
Wenn Notwendigkeit maximal (p = 1) ist, dann ist Unmöglichkeit minimal (p = 0)

Es gilt: p(Notwendigkeit) = 1 – p(Unmöglichkeit)
Diese Aufteilung in 2 Skalen ist verwandt mit dem Vorgehen in der Fuzzy Logik.

**2-7 Eigenschaften**
Nun sind die Modal-Eigenschaften eher die Ausnahme. Bei den meisten Eigenschaften sind nicht (sprachlich) so eindeutig 4 Positionen unterscheiden. Z. B. die Dimension *Temperatur*. Als erste Gegensätze ergeben sich nur *heiß* und *kalt*. Allerdings könnte man *warm* und *kühl* hinzuziehen und es so interpretieren, dass man doch auf ein logisches Quadrat kommt.

| | | |
|---|---|---|
| heiß | $^{+}|^{+}$ | kalt |
| ⇓ | $^{+}{>}{<}^{+}$ | ⇓ |
| warm | $^{+}\vee^{+}$ | kühl |

Noch problematischer ist es z. B. bei „dick“ und „dünn“. Hier gibt es kaum geeignete Begriffe, man kann eigentlich nur mit Negationen auf 4 Kategorien kommen: dick, nicht dick, dünn, nicht dünn. Allerdings verstehen wir „nicht dick“ meistens als dünn (und nicht als eine zusätzliche Kategorie).

## 2-8 Negationen

Mit den Negationen ist es aber gar nicht so einfach. „Nicht dick“ braucht ja keineswegs dünn zu bedeuten, sondern es könnte prinzipiell auch heißen: klug, frech, alt usw.
Hier kommen wir zu einem Problem, dass wir *Supramerkmale* nennen könnten. Es gibt eben 2 Arten von *Negationen*: eine erzeugt einen *Gegensatz*, die andere erzeugt irgendeine *Verschiedenheit*. Die primäre Negation bezieht sich auf den Gegensatz, es wird nur die Ausprägung negiert. Beispiel: Jemand ist angezogen (bekleidet), diess ist das Supramerkmal. Erste Möglichkeit: er ist *gut* angezogen. Verneint man dies, bedeutet das, er ist *schlecht* angezogen, aber es bleibt innerhalb der Dimension von *angezogen*.

## 2-9 Einheit hinter den Eigenschaften

Das Modell der Supramerkmale verweist auf eine Einheit hinter den Eigenschaften, nämlich die Eigenschaftsdimension. Mit Temperatur ist noch nichts über die Ausprägung gesagt, sondern der Begriff „Temperatur“ ist eben das Gemeinsame, die Einheit. Stellt man sich vor, man würde die Einheit hinter *allen* Gegensätzen suchen, den kleinsten gemeinsamen Nenner, kommt man auf einen Transzendental-Begriff wie das *Sein*. Nikolaus von Kues sprach von dem *Zusammenfallen der Gegensätze in Gott*.

## 2-10 Problem der Vollständigkeit und Negation von Eigenschaften

Nun besteht aber noch ein größeres Problem: Betrachten wir eine Eigenschafts-Dimension wie *Gewicht*: Gegensätze wären hier „schwer“ und „leicht“. Aber man kann nicht sagen, dass die für 100% Gewicht oder 0% Gewicht stehen; was 100% Gewicht lässt sich gar nicht bestimmen, 0% vermutlich auch nicht.
Und dieses Problem stellt sich bei sehr vielen Eigenschaften; es ist sogar schwierig, Eigenschaften zu finden, bei denen sich Ausprägungen von 100% oder 0% angeben lassen. Ausnahmen wie Modalität bestätigen die Regel.
Man müsste hier für Gegensätze auf *andere* relative Größen oder *absolute* Größen ausweichen. Betrachten wir zunächst *absolute* Größen, z. B. 70 kg oder 50 Gramm.
„Objekt x wiegt 70 kg“ und „Objekt x wiegt 50 g Gramm“ stehen im *konträren* Gegensatz. Aber das Ausweichen auf *absolute* Größen ist keine echte Lösung.

## 2-11 Varianten der intensionalen Quantität

Dieses Problem der intensionalen Quantität habe ich sehr ausführlich in meinem Buch „Integrale Logik“ dargelegt und diskutiert, vor allem im Punkt 1-4-5-2 bis 1-4-5-5, auf Seite 273 – 282, ich möchte diese Ausführungen hier nicht wiederholen, sie würden auch den Rahmen des Textes sprengen. Sondern ich möchte nur kurz darauf hinweisen, dass den gegensätzlichen Aussagen „a ist F“ und „a ist nicht F“ ganz unterschiedliche quantitative Strukturen und damit ganz unterschiedliche Gegensätze zugrunde liegen können, im Beispiel:

| | | |
|---|---|---|
| Petra ist schwanger<br>$p = 1$ | Petra ist nicht schwanger<br>$p = 0$ | konträr |
| John ist gesund<br>$p = 1$ | John ist nicht gesund<br>$p < 1$ | kontradiktorisch |
| Frank hat Schulden<br>$p > 0$ | Frank hat keine Schulden<br>$p = 0$ | kontradiktorisch |

| | | |
|---|---|---|
| Lisa ist intelligent<br>$p > 0{,}75$ | Lisa ist nicht intelligent<br>$p < 0{,}25$ | konträr |
| Ralf ist zufrieden<br>$p > 0{,}5$ | Ralf ist nicht zufrieden<br>$p < 0{,}5$ | konträr |

Sicherlich könnte man die sprachlichen Beispiele ggf. auch anders quantitativ einordnen. Aber in jedem Fall kommt man nicht nur mit den Werten 1, <1, 0 und > 0 aus, sondern muss auch andere relative Größen wie $p > 0{,}5$ und $p < 0{,}5$ heranziehen.

**2-12 These, Anti-These, Synthese**

Die *These* wird gesetzt, die *Anti-These* widerspricht ihr, die *Synthese* soll zu einer Integration von These und Antithese führen.

Wie lässt sich dieses *dialektische Prinzip* im Rahmen der Gegensatz-Lehre ordnen?
Hier werden nur einige Anmerkungen gemacht, keine systematische Analyse vorgelegt.

Ich gehe dabei überwiegend vom quantitativen Ansatz aus, der ist offen für *extensionale* und *intensionale* Interpretation.

• Ausgehend vom *konträren Gegensatz*
Der konträre Gegensatz ist der zwischen $p = 1$ und $p = 0$
Hier gilt also: $p = 1$ ist die These, $p = 0$ ist die Anti-These. Was ist dann die Synthese?

- Mitte: $p = 0{,}5$
Die Synthese wäre hier die *Mitte* zwischen den Gegensätzen

- Gesamte Dimension: $0 \leq p \leq 1$
Hier bedeutet Synthese also alle Werte zwischen 1 und 0, $p = 1$ und $p = 0$ sind hier nur die „Grenzwerte" der gesamten Dimension.

- Disjunktion: $p = 1 \vee p = 0$
Normalerweise schreibt man den konträren Gegensatz mit dem Exklusor, also
$(p = 1) \mid (p = 0)$. Das ist eine Tautologie und damit normalerweise keine Lösung.
$(p = 1) \vee (p = 0)$ ist dagegen keine Tautologie.

• Ausgehend vom *kontradiktorischen Gegensatz*
Der kontradiktorische Gegensatz ist der zwischen $p = 1$ und $p < 1$
(bzw. zwischen $p = 0$ und $p > 0$)
Hier gilt also: $p = 1$ ist die These, $p < 1$ ist die Anti-These. Was ist dann die Synthese?

- Keine Lösung
Gesamte Dimension: $0 \leq p \leq 1$ ist keine Lösung, denn $p = 1$ und $p < 1$ umfassen bereits die gesamte Dimension.
Disjunktion: $p = 1 \vee p < 1$ ist keine Lösung, denn das ist eine Tautologie (eventuell könnte man aber doch eine Tautologie als Lösung akzeptieren)

- Konjunktion $p = 1 \wedge p < 1$

Das ist eine *Kontradiktion*, ein *logischer Widerspruch*, und erst einmal würde man das als Synthese ausschließen. Aber man könnte argumentieren, in der Synthese werden die Gegensätze aufgehoben, und zwar in einem Nichts, einer Leere. Für welche die Kontradiktion steht.

- Bedingung: $(A \rightarrow p = 1) \wedge (B \rightarrow p < 1)$

Eine andere Möglichkeit der Synthese wäre: Unter der Bedingung A gilt $p = 1$, und unter der Bedingung B gilt $p < 1$.

- Zeit: $(t_i \rightarrow p = 1) \wedge (t_j \rightarrow p < 1)$

Eine spezielle Bedingung ist die zeitliche: Zum Zeitpunkt $t_i$ gilt $p = 1$, und zum Zeitpunkt $t_j$ gilt $p < 1$.

In diesem Aufsatz ging es vorwiegend um die primäre, nämlich *logisch-quantitative* Dimension des Gegensatzes. Inn einer Erweiterung dieses Aufsatzes werde ich auf weitere Aspekte und vor allem auf *Polarität* eingehen, die auch außer-logische Komponenten umfasst.

## ÜBERSICHT ÜBER GEGENSÄTZE UND IHRE DEUTUNGEN BZW. ANWENDUNGEN

Man kann, vor allem bezogen auf die Quantoren-Logik, eine *Modal-Logik* verschiedener Art aufbauen. Dabei zeigt sich, dass sich Unterschiede z. B. zwischen „notwendig“ und „möglich“ rein quantitativ auffassen lassen, z. B. dem Unterschied zwischen „alle“ und „einige“ entsprechen.

Zur Orientierung über die logischen Beziehungen sei das *logische Quadrat* dargestellt:

| | | |
|---|---|---|
| alle | $^{+}\vert^{+}$ | alle¬ |
| $\Downarrow$ | $^{+}><^{+}$ | $\Downarrow$ |
| einige | $^{+}\vee^{+}$ | einige¬ |

| | ALLE<br>¬EINIGE¬ | ¬ALLE¬<br>EINIGE | ¬ALLE<br>EINIGE¬ | ALLE¬<br>¬EINIGE |
|---|---|---|---|---|
| 1) MODALITÄT | | | | |
| 1.Alethisch | Notwendig | ¬Notwendig¬ | ¬Notwendig | Notwendig¬ |
| | ¬Möglich¬ | Möglich | Möglich¬ | ¬Möglich |
| | *Unmöglich¬* | *¬Unmöglich* | *¬Unmöglich¬* | *UNMÖGLICH* |
| 2.Normativ | Müssen | (¬Müssen¬) | (¬Müssen) | Müssen¬ |
| | (¬Dürfen¬) | Dürfen | Dürfen¬ | (¬Dürfen) |
| 3.Deontisch | Geboten | ¬Geboten¬ | ¬Geboten | Geboten¬ |
| | ¬Erlaubt¬ | Erlaubt | Erlaubt¬ | ¬Erlaubt |
| | *Verboten¬* | *¬Verboten* | *¬Verboten¬* | *VERBOTEN* |
| 2) Sonstige | | | | |
| 1.Zeit | Immer | ¬Immer¬ | ¬Immer | Immer¬ |
| | ¬Manchmal¬ | Manchmal | Manchmal¬ | ¬Manchmal |
| | *Niemals¬* | *¬Niemals* | *¬Niemals¬* | *NIEMALS* |
| 2.Ort | Überall | ¬Überall¬ | ¬Überall | Überall¬ |
| | ¬Mancherorts¬ | Mancherorts | Mancherorts¬ | ¬Mancherorts |
| | *Nirgends¬* | *¬Nirgends* | *¬Nirgends¬* | *NIRGENDS* |