

September 1972

Ben-A. Bohnke - Überlegungen zur Logik

Inhaltsverzeichnis:

A) Überlegungen zur natürlichen Logik

- I Abgrenzung der natürlichen Logik gegen künstliche Logiken
- II Bestimmung der Logik
- III Objekte der natürlichen Logik
- IV Gleichheit als Grundprinzip der natürlichen Logik
 - 1) Unterscheidung zwischen synthetischer und logisch-analytischer Gleichheit
 - 2) logische Gleichheit und logische Folgerichtigkeit
 - 3) Überlegungen zur synthetischen Gleichheit
 - 4) Überlegungen zur logischen Gleichheit
 - 5) Gleichheit und normale Sprache
- V Logische Axiomatik
- VI Der Syllogismus

B) Überlegungen zur klassischen Aussagenlogik

- I Unseakte Selbstbestimmung der Aussagenlogik
- II Mehrdeutige Verwendung der Variablen in der Aussagenlogik
- III Abgrenzung der Aussagenlogik zur natürlichen Logik
- IV Zusammenfassender Vergleich von Aussagenlogik und natürlicher Logik

C) Überlegungen zu logischen Grundlagenproblemen

- I logische Prinzipien im Denken und in der Wahrnehmung
- II Grundlagenprobleme der Logik
 - 1) Warum nehmen wir 'logisch' wahr?
 - 2) Warum denken wir logisch?
 - 3) Inwiefern existieren logische Gesetze materiell?

- 4) Wie läßt sich die Logik begründen?
- 5) Welches Verhältnis besteht zwischen logischen Prinzipien, Denkprinzipien und Wahrnehmungsprinzipien?
- 6) Ontologische Existenz von Logik und Kausalität?
- 7) Welches Verhältnis besteht zwischen Mengenlehre, Algebra und Logik?

D) Abschluß

A) Überlegungen zur natürlichen Logik

I Abgrenzung der natürlichen Logik gegen künstliche Logiken

Als natürliche Logik sollen dabei die logischen Gerüste angesehen werden, die von hinreichend erwachsenen Menschen mit hinreichender Intelligenz bei hinreichend klarer Darstellung als wahr und evident angesehen werden.

Als künstliche Logiken sollen solche bezeichnet werden, deren Gerüste durch "willkürliche" Festsetzung von Axiomen und Ableitungsregeln bestimmt sind.

II Bestimmung der Logik

Bei aller Verschiedenheit der tatsächlichen Logikdefinitionen sind doch den meisten zumindestens folgende zwei Merkmale gemeinsam:

- 1) Gegenstand der Logik sind allein Aussagen (Formen).
- 2) Die Logik als Wissenschaft untersucht diese Aussagenformen) hinsichtlich der zwischen ihnen möglichen Beziehungen, und zwar bes. hinsichtlich der Folgerichtigkeit dieser Beziehungen.
Hier sollen nun zwei Hypothesen aufgestellt werden:
 - 1) logische Beziehungen können nicht nur zwischen Aussagenformen), sondern zwischen allen beliebigen Objekten bestehen.

- 2) Es geht bei den logischen Beziehungen nicht um Folgerichtigkeit und Nicht-Folgerichtigkeit, sondern um Gleichheit und Ungleichheit.

III. Objekte der mathematischen Logik:

„zwischen folgenden Objekten können logische Beziehungen bestehen:

- 1) Unmittelbar gegebene Objekte

 - a) wahrgenommene konkrete Dinge und Sachverhalte
B*: für konkrete Dinge
 - (B: für konkrete Sachverhalte: hier nicht möglich)
 - b) vorgestellte konkrete Dinge und Sachverhalte
(B: nicht möglich)
 - c) Gefühle, Motivationen etc.
(Beispiel nicht möglich)
 - d) Gedachte, abstrakte Dinge und Sachverhalte
(Beispiel nicht möglich)

* Beispiel

c) Gefühle, Motivationen.

B: Dieses Angstgefühl / ist unerträglich

d) gedachte, abstrakte Dinge (Begriffe) und Sachverhalte (Begriffsverhalte)

(Die sind im Denken allerdings oft mit Begegnungsvorstellungen verbunden)

Es sind verschiedene Arten von Abstraktion möglich, entsprechend den logischen Kategorien:

Außerdem unterscheidet man:

f) unvollständige Abstraktion

B: Der Mensch / ist ein Lebewesen

g) vollständige Abstraktion:

B: Die Menschlichkeit / ist eine Tugend.

Dabei können nicht nur zwischen Objekten bzw. Bezeichnungen von Objekten der gleichen Gruppen

* Gleichheitsbeziehungen bestehen, sondern auch zwischen denen von verschiedenen Gruppen:

B₁: Dies da (mit ihm weinende Gste) ist ein Mensch

(Bezeichnung eines wahrgenommenen, konkreten Objekts)

(Bezeichnung eines gedachten Objekts)

B₂:  ist vierseitig

(konkretes Objekt)

(Bezeichnung eines gedachten Objekts)

(* Im Bereich der normalen Sprache kann man allerdings z.B. nicht von exakten Gleichheitsbeziehungen sprechen, wie im folgenden gezeigt werden wird)

Im Grunde sind diese Berechnungen verhältnisse
war komplizierter; man müßte sagen:

Satz : Dieses Quadrat ist blau
berechnet

Aussage : Dieses Quadrat ist blau oder
ce Carré c'est bleu oder
bez. this square is blue ...

Gedanke (der unmittelbar gegeben ist,
ber. wenn ich diese Aussage denke)

Vorstellung (die unmittelbar gegeben ist, wenn man sich
ber. das blaue Quadrat vorstellt)



↓

Wahrnehmung

ber.

?

„Ding an sich“

Dies führte hier aber zu weit, genauso wie die Frage, ob
alle abstrakten Objekte letztlich auf konkrete
Zurück geführt werden können.

Die Unterscheidung von Objekten und Berechnungen
von Objekten ist allerdings wesentlich, da ihre Nicht-
Bläcktung leicht zu logischen Fehlern führt.

Ein gesprochener oder geschriebener Satz ist also niemals
ein Sachverhalt sondern er berechnet einen.
(Und folgendes wird dies zwar sachlich immer berücksichtigt, sprachlich aber)
Allerdings ist er selbst ein neuer anderer Sachverhalt,
(nicht immer klar ist, wegen der damit verbundenen unverständlichen Ausdrucksweise),
wir sehen er aus Papier und Tinte besteht.

Das gilt um gewissen Sinn auch für Wahrnehmun-
gen, Vorstellungen, Gefühle und Gedanken, denn diese
scheinen ja identisch zu sein mit bestimmten

biophysikalischen und biochemischen Veränderungen im neuro-endokrinen System; sie sollen aber hier als innerpsychische Bewußtseinsprozesse betrachtet werden.

Zu bemerken ist noch: Wenn man von einer Gleichheitsbeziehung von zwei Bezeichnungen von Objekten gesprochen wird, so ist damit die Gleichheit der bezeichneten Objekte und nicht der Zeichen gemeint.

IV Gleichheit als Grundprinzip der natürlichen Logik

1) Unterschied zwischen synthetischer und logisch-analytischer Gleichheit

Eine synthetische (Un)gleichheitsberechnung läßt sich nur dadurch poststellen, daß man die beiden betreffenden Objekte miteinander vergleicht. Bei konkreten Objekten geschieht das durch ein empirisches Verfahren, bei abstrakten durch Überlegung.

Andererseits die logische (Un)gleichheit; sie besteht immer nur in Bezug auf ein System von Gleichheitsberechnungen d.h. eine logische (Un)gleichheitsberechnung besteht nicht in realer (Un)gleichheit von Objekten, sondern in deren (Un)gleichheit mit anderen Objekten.

Ich stelle z.B. durch einen empirischen Vergleich die Gleichheitsberechnungen $a = b$ und $b = c$ fest, diese beiden Gleichheitsberechnungen begründen ein System.

In diesem System gilt die logische Gleichheitsberechnung: $a = c$. Sie besteht nicht in der realen Übereinstimmung von a und c , sondern darin, daß a und c mit b gleich sind.

2) logische Gleichheit und logische Folgerichtigkeit

Der Begriff der Folge enthält zumindestens 2 Momente

- a) ein zeitliches Moment
- b) ein logisches Moment

zu a: Eine zeitliche Folge spielt sich in der Logik nur insofern ab, als das Denken des Menschen in der Zeit verläuft. logische Gleichmaßigkeiten gelten zeitlos.

(s. auch unten). Gelten die Berechnungen $a = c$ und $t = c$, so gilt die Berechnung $a = c$ absolut ungleichzeitig.

Dies wird allerdings kaum von einem Logiker bestritten werden. Dennoch bleibt festzuhalten, daß der Begriff der Folgerichtigkeit ungünstig gewählt ist, es ist „psychologisch“, er weckt automatisch zeitliche Assoziationen.

zu b: Was ist aber unter einer logischen Folge (Schluß) zu verstehen? Hier soll die Hypothese aufgestellt und im weiteren erläutert werden, daß dieser Begriff durch die unbewußte Vermischung zufälliger sprachlicher Prinzipien und außelogischer Denkprinzipien mit logischen Prinzipien entstanden ist, tatsächlich aber in der logik. Gleichheitsberechnungen vorliegen.

3) Überlegungen zur synthetischen Gleichheit

- a) Synthetische Gleichheit ist die Voraussetzung logischer Gleichheit; es muß ein System von zumindestens einer synthetischen Gleichheitsberechnung bestehen – sei dies nun durch Vergleich gewonnen oder durch gesetzte Axiome – durch die logische Gleichheitsberechnungen begründet werden. Der Satz $a = c$ z.B. ist für sich alleine

betrachtet man eine logische Gleichheitsberechnung.

Diese These gilt aber nur bei Gleichheitsberechnungen von mindestens 2 Objekten. Dagegen wird die Gleichheit eines Objekts mit sich selbst, berechnet durch $A = A$, oder mit der Summe seiner Teile als ein Axiom der natürlichen Logik angesehen (s. unten).

- b) Oben wurden die Objekte angeführt, zwischen den grundsätzlich Gleichheitsberechnungen bestehen können; dabei wurde unterschieden zwischen konkreten Objekten, wahrgenommen oder vorgestellt, Gefühlen und abstrakten Objekten. Es ist aber zu fragen, ob nicht nur zwischen abstrakten Objekten Gleichheitsberechnungen bestehen können, da nur bei ihnen von Raum und Zeit abstrahiert ist. Konkrete Objekte existieren dagegen in Raum und Zeit, sie befinden sich in einem jeden Zeitpunkt an einem bestimmten Ort. Wenn man als Voraussetzung für Gleichheit von Objekten annimmt, daß sie sich zur gleichen Zeit am gleichen Ort befinden, kann es keine gleichen konkreten Objekte geben. Es ist darüber hinaus zu fragen, ob es überhaupt ein mit sich selbst gleich konkretes Objekt geben kann, da es „ja“ in jeder beliebig kleinen Zeiteinheit physikalischen Änderungen unterliegt; des Grundaxiom der Logik $A = A$ gäbe dann nicht für konkrete Objekte. (s. auch unten) Um dazu noch ein Beispiel zu geben: Man könnte denken: Der Sachverhalt: „Fröde ist ein Apfel“ ist ~~immer~~ gleich mit dem

Sachverhalt: „Fritz gibt einen Apfel.“ „Fritz gibt einen Apfel“ ist ja aber nicht der gemeinte Sachverhalt, sondern dessen sprachliche Berechnung (S. o.). Diese beiden Berechnungen erscheinen uns gleich, die berechneten Sachverhalte verlaufen aber im Raum und Zeit.

Man kann allerdings auch noch weiter gehen, und auch die mögliche Gleichheit abstrakter Objekte anzuwenden, z.B. der Satz: Die Winkelsumme im Dreieck ist 180° .

Dieser Satz legt sich unmindestens unter 4 Aspekten sehen:

- 1) Physikalisch-chemisch: Papier, Tinte etc.
- 2) Physiologisch: muskelpathologische und neurophysiologische Abläufe
- 3) Syntaktisch: Struktur des verwendeten Zeichensystems
- 4) Semantisch: die Aussage, das, worauf es im Grunde ankommt, nämlich welches Objekt berechnet ist.

1.) und 2.) sind konkrete Objekte. Man muß also fragen: Kann es remantisch gleiche Sätze geben, wenn es keine physikalisch und physiologisch gleichen Sätze gibt?

Diese Problematik mußte hier aufgezeigt werden; es soll aber im folgenden von einem Gleichheitsbegriff ausgegangen werden, der die Gleichheit von konkreten und abstrakten Objekten zuläßt.

4) Überlegungen zur logischen Gleichheit

- a) Das Grundaxiom der natürlichen Logik ist, daß jedes Objekt mit sich selbst gleich ist. Wohlgemerkt wird dieses Axiom als evident betrachtet und nicht etwa als genutzt. Es läßt sich einwenden, ein Objekt sei nicht mit

nich selbst gleich, sondern identisch. Inwieviel dies tatsächlich ein Unterschied ist und worin dieser bestehen sollte, sei hier dahin gestellt. Es ist jedoch kompliziert, mit den Begriffen Gleichheit und Identität zu arbeiten, und ein mit sich selbst identisches Objekt, muß ja auch mit sich gleich sein.

- a) Ein weiteres Axiom der natürlichen Logik ist, daß ein Ding gleich der Summe seiner Merkmale ist, die als seine Teile aufgefaßt werden; d. h. für jedes beliebige Objekt X gilt: $X = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, wobei $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ die Summe der Merkmale ist.
- Hier spielt das Substanzproblem herein. Wenn man davon ausgeht, daß das „Wesen“ eines Dings keine Substanz ist, der verschiedene Eigenschaften zugeordnet sind, kann man obige Auffassung natürlich nicht teilen. Es erscheint aber doch fraglich, ob der traditionelle Substanzbegriff wirklich eine Trennungsfähigkeit hat und nicht nur eine der vielen sprachlichen Zufälligkeiten (hier: die Unterscheidung von Subjekt einerseits sowie Prädikat und Adjektiv andererseits), die keine Übereinstimmung mit der Realität beinhaltet, von denen sich aber auf Grund langer Denkgewohnheiten sehr schwer abrechnen läßt. Es ist im Grunde nicht einzusehen, warum die Substanz das „Wesen“ eines Dings sein soll und die Ausdehnung und die Form etwa nur eine Eigenschaft. Substanz ist ebenso wenig ohne Ausdehnung möglich wie Ausdehnung ohne

Substanz. Es bleibt sowieso das Problem bestehen, was überhaupt als Substanz berechnet werden soll.

Bei konkreten Objekten ist ein Merkmal immer ein bestimmbar materiell Teil dieses Objekts, auch wenn das sprachlich nicht zum Ausdruck kommt. Wenn man etwa sagt: "Der Mensch ist schwarz", dann ist "schwarz" eben nicht nur eine 'Eigenschaft' dieses Menschen, sondern bestimmte Farbstoff-Pigmentzellen seines Haut. Ein abstraktes Objekt besteht dagegen aus abstrakten Merkmalen.

Man kann von übrigens auch nicht davon ausgehen, daß die Merkmale, die wir an Objekten zu erkennen glauben, auch wirkliche Merkmale dieser Objekte sind. Vor allem scheint es unmöglich zu entscheiden, was ein ehrliches Merkmal ist und wann eins mit anderen Merkmalen oder Teilen von solchen vernichtet ist. Fazit: Es ist sehr schwierig, manchmal wohl fast unmöglich, ^{anzugeben}, welche im einzelnen die Merkmale eines Objektes sind. Das ist aber eine synthetische Aufgabe, keine logische. Die natürliche Logik geht nur davon aus, daß ein Objekt mit der Summe seines Merkmale ~~identisch~~ ^{auch} gleich ist, und das läßt sich ja formal ausdrücken.

Man kann soweit gehen zu sagen: Jedes Objekt (A) ist gleich jedem anderen (B), wenn man von jedem Objekt die Merkmale, die es mehr als das andere besitzt (x bzw. y), trennt (subtrahiert), oder jedem

die Merkmale, die das andere mehr besitzt, aufgt (abblkt)

1) $A - X = B - Y$ $X = A - B$

$Y = B - A$

$A - (A - B) = B - (B - A)$

$B = A$

2) $A + Y = B + X$

$A + B - A = B + A - B$

$B = A$

5) Gleichheit in der normalen Sprache

Die normale Sprache gibt gewöß nicht nur die Struktur der natürlichen logik Ausdruck. Als ein von den verschiedensten Einflüssen abhängiges (psychologischen, soziologischen) sich ständig veränderndes System, ist sie alles andere als rein logisch aufgebaut, macht es im Gegenteil schwierig, exakte logische Aussagen in ihr zu formulieren. Dennoch muß man eine gewisse logische Grundstruktur erwarten, da die normale Sprache ja Mittel und Form des Denkens ist, auch des logischen Denkens. Die logische Grundstruktur ist im Aussagesatz gegeben, der eine Gleichheitsbeziehung ausdrückt. Um auf das Beispiel aus dem vorigen Abschnitt zurückzukommen: "Dies Mensch ist schwarz". "Schwarz" ist aber nur ein Merkmal dieses Menschen, die Gleichung ist unvollständig, sie muß ergänzt werden: Dies Mensch = schwarz + a für a = alle übrigen Merkmale. Schweriger ist es,

die Gleichheitsstruktur in einem Satz ohne das Hilfsverb „rein“ aufzuzeigen, also etwa: „Er hat Hunger.“
Allerdings läßt sich dieser Satz umformen in: „Er ist hungrig“ oder auch: „Er ist Hunger habend“. und meines Wissens ist eine solche Umformung bei allen Aussagesätzen möglich. Die Hypothese klingt sicherlich hypothetisch, aber man muß wieder fragen, inwieweit dies auf sprachlichen Gewohnheiten beruht. jedenfalls soll hier Versuchsweise die Hypothese aufgestellt werden, daß bei jedem Aussagesatz eine Gleichheitsberechnung vorliegt, die zwar in ihrer üblichen sprachlichen Formulierung nicht sichtbar ist, sich aber in einer sichtbaren Gleichung umformen läßt.

V Logische Axiomatik

- 1) Logische Berechnungen eines Objekts mit sich selbst und reinen Teilen

$$\text{Grundaxiom I} \quad A = A$$

$$\text{Unteraxiom I/1} \quad A + A - A = A$$

$$\text{Unteraxiom I/2} \quad \frac{A \cdot A}{A} = A$$

Man verwendet üblicherweise in Logik und Mathematik lineare Schreibweisen, entsprechend dem linearen Verlauf unseres Denkens und Sprechens in einer Zeitrichtung. In der Logik (und Mathematik) geht es ja aber um Strukturen, um Berechnungen von mehreren Objekten untereinander, und zwar um zeitlose Berechnungen

Deshalb verwendet man m.E. immer eine „2-dimensionale“ Darstellung, die dies leicht verdeutlicht. Außerdem zeigt sie unmittelbar, daß es keinen Sinn ergibt, von einer logischen Folge zu sprechen.

$$\begin{array}{c} A = A \\ \diagup \quad \diagdown \\ A + A - A = \frac{A}{A} \cdot A \end{array}$$

Hier sind noch folgende Bemerkungen notwendig:

- a) Bei der Formulierung dieser Axiome und besonders bei der Bildung logischer Systeme mittels ihrer Prinzipien werden die rationalen Zahlen sowie die Gesetze der elementaren Algebra gewissermaßen bereits vorausgesetzt. Ob dies notwendig ist, mußte genauer untersucht werden, hier soll nur darauf hingewiesen werden, daß dieses Problem nicht übersehen wurde.
 - b) Allgemeine Prinzipien ergeben sich aus obigen Axiomen:
 $| = | + | - | : | \cdot |$ Dabei ist aber die Multiplikation kein selbstständiges Prinzip, sondern läßt sich auf die Addition zurückführen. Hier ist aber nicht bekannt, wie sich das formal und nicht nur an Zahlenbeispielen zeigen läßt.
 - c) Logische Beziehungen zwischen einem Objekt und dem (dem) mit ihm per definitionem ungleichen Objekt(en).
- | | |
|------------------|--|
| Grundaxiom II | $A \neq \#A$ |
| Unteraxiom II/1 | $A + A - A \neq \#A + \#A - \#A$ |
| Unteraxiom II/2. | $\frac{A}{A} \cdot A \neq \frac{\#A}{\#A} \cdot \#A$ |

Das Zeichen \neq („ungleich“) soll dabei 2 Bedeutungen haben:

- Stellt es zwischen den Bezeichnungen von 2 Objekten (z.B. $A \neq B$), sagt es aus, daß eine Ungleichheitsbeziehung zwischen den bezeichneten Objekten besteht.
- Stellt es vor dem Zeichen des Objektes (z.B. $\neq A$), sagt es aus, daß es selbst mit dem Objektzeichen zusammen alle Objekte berechnet, die per definitionem ungleich dem Objekt sind, vor dessen Zeichen das Ungleichzeichen steht.

Stellt nur ein Ungleichzeichen zwischen zwei Objektzeichen, hat es stets die Bedeutung von a): Stehen 2 Ungleichzeichen dazwischen ($A \neq \neq A$), so hat das vordere die Bedeutung von a), das hintere die von b).

Folgende Unterscheidung ist zu machen:

- $\neq A = \neq A_1 + \neq A_2 + \dots + \neq A_m$
 $\neq A$ berechnet hier also nicht ein Objekt, sondern alle Objekte außer A , $\overset{A}{\text{ist also}}$ n -wertig. Das trifft gewöhnlich für alle Objekte zu. In bestimmten Systemen kann es aber auch 2-wertige Objekte geben, etwa die beiden Wahrheitswerte in der Aussagenlogik.
- Hier gilt: $\neq A - \neq A_1 = 0$

Für $\neq A_1 = \neq A$ wird das Zeichen \sim A verwendet („nicht“), und man spricht von Verneinung von A . Entsprechend schreibt man: $A \sim = \sim A$, analog zu dem beim Ungleichheitszeichen gesagten.

zu bedenken ist noch: Es gilt: $\neq A = \neq A$,
 $\neq A_1 = \neq A_1$, $\neq A_2 = \neq A_2$ usw. Ob dagegen

Z.B. $\neq A_1 = \neq A_2$ trifft, läßt sich nicht logisch, sondern nur durch einen synthetischen Vergleich feststellen. Für $\neq A$ gilt dann also:

$$\begin{array}{c} \neq A = \neq A \\ \diagup \quad \diagdown \\ \neq A + \neq A - \neq A \end{array} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad \begin{array}{c} \neq A \cdot \neq A \\ \diagup \quad \diagdown \\ \neq A \end{array}$$

Für $\sim A$ gilt entsprechendes.

Für A und $\sim A$ gilt:

$$\begin{array}{c} A = A \\ \diagup \quad \diagdown \\ A + A - A \end{array} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad \begin{array}{c} A \cdot A \\ \diagup \quad \diagdown \\ A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \sim A + \sim A - \sim A \\ \diagup \quad \diagdown \\ \sim A \end{array} \quad \frac{\quad}{\quad} \quad \begin{array}{c} \sim A \cdot \sim A \\ \diagup \quad \diagdown \\ \sim A \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \sim A = \sim A \\ \diagup \quad \diagdown \\ \sim A \end{array}$$

Für A und $\neq A$ gilt entsprechendes.

Man könnte meinen, hier müßte als Grundaxiom III noch der „Satz vom ausgeschlossenen Dritten“ aufgestellt werden, da ja für jede Gleichung gilt, $\vdash \text{entweder } = \text{ oder } \neq$ d.h. sie also 2-wertig ist, sie muß also gelten oder nicht gelten. Der „Satz vom ausgeschlossenen Dritten“ scheint aber kein notwendiges Axiom der natürlichen Logik zu sein, vielleicht nur eine in ihr getragene Gleichheitsberechnung. Andersseits scheint es schwierig, ihn mittels der vorhanden-

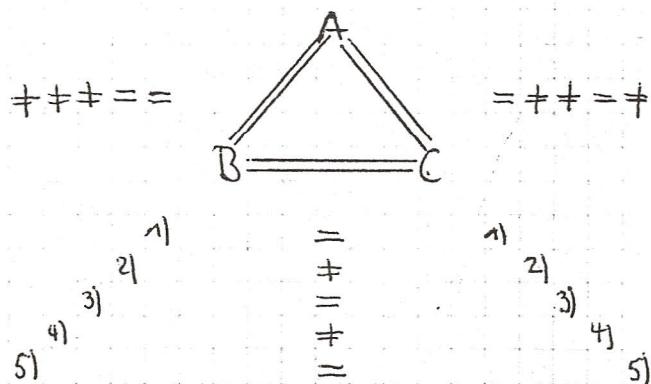
denen Axiome aufzustellen; dieses Problem müßte weiter untersucht werden.

- 3) logische Beziehungen zwischen 2 beliebigen Objekten A, B
 für $A = B$ gilt entsprechendes wie für $A = A$
 für $A \neq B$ gilt entsprechendes wie für $A \neq A_n$
- 4) logische Beziehungen zwischen 3 beliebigen Objekten A, B, C
 In Bezug auf das Grundaxiom I und II können folgende Beziehungen bestehen:

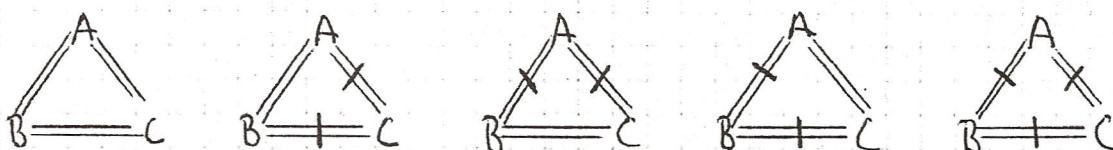
	$A = B$	$B = C$	$A = C$
1)	=	=	=
2)	=	≠	≠
3)	≠	=	≠
4)	≠	≠	=
5)	≠	≠	≠

5) gilt nur, wenn die bereinigten Objekte nicht als 2-wertig aufgefaßt werden

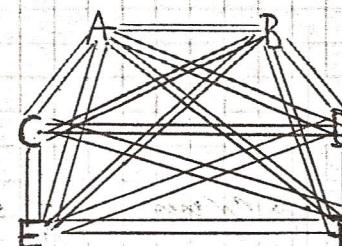
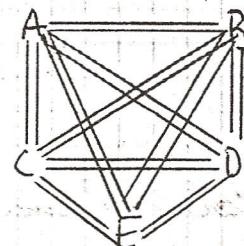
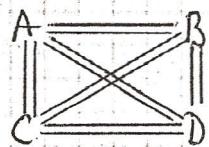
Dies läßt sich folgen dermaßen darstellen:



Im einzelnen ergibt das:



Das Modell läßt sich, wie schon gesagt, beliebig erweitern.



usw.

Auszeichnerischen Gründen könnte man natürlich auch anstatt der doppelten Gleichheitsstriche einfache Striche verwenden.

VI Der Syllogismus

Der Syllogismus hat große Bedeutung für die mathematische Logik; insbesondere die Modi der I. Figur sind für den Menschen unmittelbar evident. Auch hier ergibt sich das Problem, das schon bei der genügenden Erörterung der Aussagesätze aufgeriszt wurde, nämlich, daß die übliche sprachliche Formulierung „z.B.: „alle M sind P“ keine exakte Gleichung ist, sondern ergänzt werden muß, z.B. der Satz: „Alle Menschen sind sterblich“. Gemeint ist: Die Menge aller Menschen ist eine Teilmenge ^{der Menge} aller sterblichen Wesen. Als Gleichung: $M + A = P$ (für $M = \text{Menge aller Menschen}$) Dieser Satz mußte ergänzt werden in der folgenden Weise: „Die Menge aller Menschen und die Menge aller übrigen Lebewesen sind die Menge aller sterblichen Wesen“. Als Gleichung soll dafür geschrieben werden: $M + A = P$. Streng genommen ist auch diese Gleichung noch nicht ausreichend. Denn die

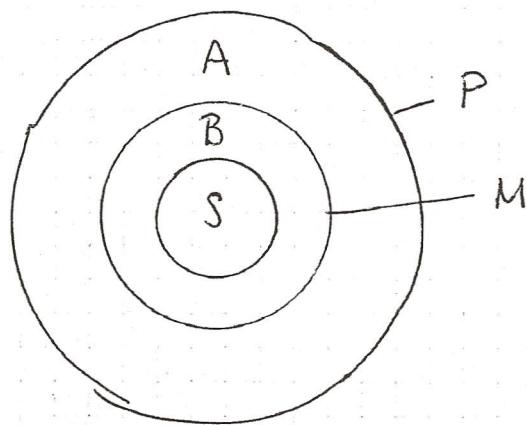
Syllogistik ist ja eine reine Umfangslogik, vom Inhalt wird völlig abgesehen. Die vollständige Gleichheitsberechnung würde lauten: $M + A = P + B + C$, d.h. sprachlich formuliert: Alle Menschen + alle übrigen Lebewesen = alle sterblichen Wesen + alle Merkmale, die alle Menschen außer der Sterblichkeit noch besitzen + alle Merkmale, die alle übrigen Lebewesen außer der Sterblichkeit noch besitzen. Um die Darstellung aber nicht zu sehr zu komplizieren, wird im folgenden nur der Umfang betrachtet.

Als Beispiel sei hier der bekannteste Syllogismus genommen, der 1. Modus der I. Figur.

$$\begin{array}{c} \text{Alle } M \text{ sind } P \\ \text{Alle } S \text{ sind } M \\ \hline \text{Alle } S \text{ sind } P \end{array}$$

oder als Gleichung geschrieben mit den Ergänzungen:

$$\begin{array}{r} M + A = P \\ S + B = M \\ \hline S + A + B = P \end{array}$$



Es handelt sich hierbei um eine Berechnung der logischen Struktur $\begin{array}{c} A \\ \diagup \quad \diagdown \\ B \quad C \end{array}$, nur daß es beim Syllogismus um

die Berechnung eines Ganzen zu seinen Teilen geht. Auch hier wird keine Folgerung gezogen, sondern ein Ganzen

analysiert, in seine Teile zerlegt, nämlich:

- 1) der Begriff P in die Begriffe $M + A$ oder in die Begriffe $S + A + B$
- 2) die Aussage $S + A + B = P$ in die Aussagen $(M + A = P) + (S + B = M)$

Der Syllogismus läßt sich also sowohl als eine (Un)gleichheitsbeziehung von Begriffen als auch von Aussagen auffassen. Liest man den Syllogismus als Begriffsbeziehung dargestellt, und zwar in der oben eingeführten Darstellungsform:



Die zweite Darstellungsform macht die Analyse des Syllogismus besonders deutlich.

Als Beispiel sei noch ein mehrfach verschachtelter, dreifacher Syllogismus gebracht:

Syllogismus:

Alle M_1 sind P

$$\frac{\text{II } S_1 \text{ II } M_1}{\text{II } S_1 \text{ II } P}$$

Ergänzte Gleichung:

$$M_1 + A = P$$

$$\frac{S_1 + B = M_1}{S_1 + A + B = P}$$

Alle S_1 sind P

$$S_1 + A + B = P$$

Alle S_2 sind S_1

$$S_2 + C = S_1$$

" S_2 " P

$$S_2 + A + B + C = P$$

Alle S_2 sind P

$$S_2 + A + B + C = P$$

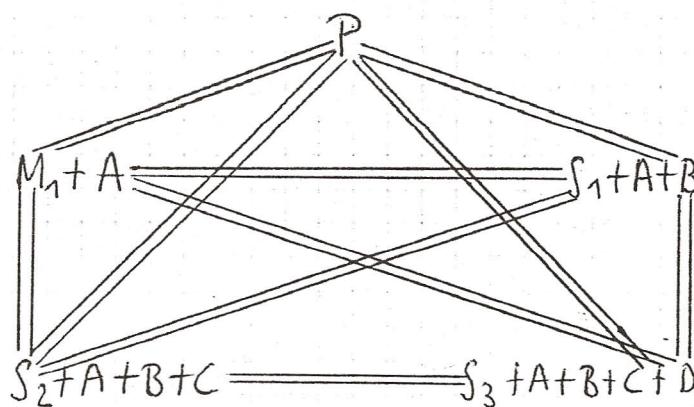
" S_3 " S_2

$$S_3 + D = S_2$$

" S_3 " P

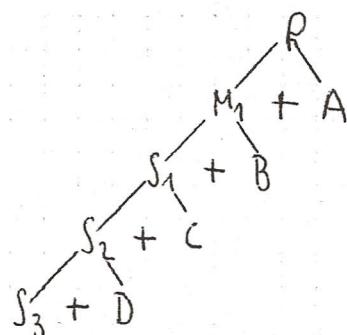
$$S_3 + A + B + C + D = P$$

Als Modell ergibt sich:



Eine weitere Art der Darstellung, in der der Charakter des Syllogismus als eine Art Begriffsanalyse besonderes deutlich wird, ist die folgende, ähnlich den Syntax-Modellen in der Generativen Grammatik:

Für obiges Beispiel siehe das so aus:



Die unireihen Striche sollen dabei eine Art aufgespaltener Gleichheitsstriche darstellen, addiert man die nur mit einem Strich verbundenen, berechneten zwei Objekte, ergibt sich die Gleichheitsberechnung.

Wie schon gesagt, lässt sich der Syllogismus auch als Berechnung zwischen einer Ganz-Aussage und ihren Teilaussagen darstellen; es gilt dann:

$$(M+A=P) + (S+B=M) = (S+A+B=P)$$

$$(M+A+S+B=P+M) = (S+A+B=P)$$

$$(S+A+B=P) = (S+A+B=P)$$

$$\begin{array}{c} (S+A+B=P) \\ \diagup \quad \diagdown \\ (M+A=P) + (S+B=M) \end{array}$$

Inwieviel allerdings eine solche Addition von Gleichungen mathematisch zulässig ist, müsste natürlich überprüft werden, ebenso ob dabei neue Gesetze vorausgesetzt werden, die noch nicht eingeführt wurden.

B

Überlegungen zur klassischen Aussagenlogik (mit folgenden AL abgekürzt)

Nachdem in Teil A einer Darstellung der natürlichen Logik (mit folgenden NL abgekürzt) versucht wurde, sollen hier einige Probleme der AL kritisch erörtert werden, sowie eine Abgrenzung zur NL vorgenommen werden.

Da aber meine Kenntnis der AL gering ist und natürlich abhängig von den Büchern, die ich gelesen habe, kann es sein, daß manche hier aufgeworfene Probleme nicht die AL selbst betreffen, sondern nur manche Darstellung von ihr.

I Es scheint nicht eindeutig festgelegt, ob die Wahrheitswertetafeln der Aussagenverknüpfungen „willkürliche“ Definitionen sein sollen, oder der NL entsprechen sollen.

- 1) Gibt es darum, die Wahrheitswertetafeln zu begründen, wird auf Beispiele aus der normalen Sprache zurückgegriffen.
- 2) Gibt es darum, Aussagenverknüpfungen zu rechtfertigen, die in der normalen Sprache unsinnig erscheinen, wird betont, die Operatoren seien „willkürlich“ definiert.

II Ebenso scheint nicht eindeutig festgelegt, wofür die Variablen A, B, C usw. stehen. Einmal werden sie als beliebige, unbestimmte Aussagen gedeutet, ein anderes Mal als Wahrheitswerte.

Auf die generelle Problematik der Verwendung von Variablen soll hier nicht eingegangen werden.

III. Abgrenzung der AL zur NL

- 23 -

■ Die AL wird oft als NL im anfangs definierten Sinn angesehen; diese These soll anhand einer Untersuchung der einzelnen Operatoren geprüft werden.

1) Die logische Konjunktion

$$A \wedge B$$

w	w	w
w	f	f
f	f	t
f	f	f

Es scheint nicht der NL zu entsprechen, daß eine Konjunktion von w und f bzw. von f und w f sein soll. Warum sollte die Wahrheit von anderer Qualität sein als die Falschheit? Hier liegt doch ein metaphysischer Begriff von Wahrheit vor, der sich in Aussagen wie „die Wahrheit ist unteilbar“ def. manifestiert. Eine Konjunktion von w und f ist nicht entscheidbar, sie ist mit 50% Wahrscheinlichkeit w bzw. f; oder sie ist zu 50% w und zu 50% f. Allerdings ist es fraglich, inwieweit die Konjunktion von zwei Aussagen in der NL überhaupt als logische Beziehung angesehen wird. Inwiefern läßt sich denn überhaupt aus der W. oder F. einer Aussage etwas über die W. oder F. einer mit ihr durch Konjunktion verbundenen Aussage aussagen? Es scheint also so, als ob in der normalen Sprache die Konjunktion von zwei Sätzen als die Aneinanderreihung von zwei singulären, selbstständigen Sätzen aufgefaßt wird, und nicht als logische Verknüpfung (in der Terminologie der AL) bzw. logische Beziehung (in der Terminologie d. NL).

2) Die logische Disjunktion (ausschließendes „oder“) *

Die Disjunktion kommt in der normalen Sprache überhaupt nicht als Verknüpfung von Sätzen vor, sondern nur als Verknüpfung von Satzteilen. Man kann sagen:

„Es ist verboten, auf dem Rasen zu laufen oder zu spielen“, aber nicht: „Es ist verboten, auf dem Rasen zu spielen, oder es ist verboten, auf dem Rasen zu laufen.“

Diese Satzverknüpfung hätte nämlich den Sinn des ausschließenden „oder“. Die Disjunktion von Satzteilen hat aber logisch gesehen in der Sprache keine andere Funktion als die Konjunktion. Vielleicht hat man versucht, die oben erzeugte Problematik, nämlich der Konjunktion von wahren und falschen Aussagen, dadurch zu umgehen, daß man die Konjunktion von w und f Aussagen als f berechnet, dagegen die Disjunktion als „verkettete Konjunktion“ von w und f Aussagen als w.

3) Die logische Alternative (ausschließendes „oder“)

$$A \succcurlyeq B$$

w	f	w
w	w	f
f	w	w
f	f	f

Diese Wahrheitstafel entspricht der NL. Damit ist allerdings nicht, daß der Operator \succcurlyeq ein axiomatisches, logisches Grundprinzip berechnet, das sich nicht noch aus fundamentaberen Prinzipien ableiten ließe.

*	A	\vee	B	-	-	-	-	T
	w	w	w					
	w	w	f					
	f	w	w					
	f	f	f					

4) Die logische Implikation

$$A \rightarrow B$$

w	w	w	(1)
w	f	f	(2)
f	w	w	(3)
f	w	f	(4)

a) Durch $A \rightarrow B$ wird ausgesagt: Es ist wahr, daß wenn A wahr ist, daß dann auch B wahr ist.

Fall (1) und (2) sind einleuchtend. In Fall (3) und (4) ist A aber falsch. Man kann daher gar nichts über die Beziehung aussagen, denn sie sollte ja nur bestehen, wenn A wahr ist. Vom Standpunkt der NL aus sind die Fälle (3) und (4) deshalb unentscheidbar, es lassen sich auch keine Wahrscheinlichkeiten angeben. Die Tatsache aber, daß Fall (3) und (4) beide als wahr bezeichnet werden, muß fast wie ein Widerspruch an: So wird einmal daraus, daß A f ist, gefolgt*, daß B w ist, und einmal, daß B f ist, und beide Folgerungen sollen w sein.

b) Wenn die logische Implikation auch noch nicht als logische Schlußfolgerung angesehen wird, so wird doch mittels ihr die Schlußfolgerung gebildet, und sie läßt sich bereits durch Konjunktion einer Aussage in eine solche umformen: $A \wedge B \rightarrow C$. So führt uns die Implikation zurück zu dem bereits am Anfang kurz diskutierten Problem: Gibt es so etwas wie eine logische Folge in der NL?

In der normalen Sprache scheint es folgende zwei Hauptbedeutungen für die wenn-dann-Berechnung zu geben:

I) konditional * Sie verwechselt, Folgerung, mas

II) temporal , Implikation'

ad 2) Offensichtlich ist die konditionale Berechnung aber nichts anderes als eine teilweise Berechnung: z.B. der Satz:

"Wenn man Chlor und Natrum zusammengefügt, entsteht Natriumchlorid". Dieser Art des Zusammengetuns ist ja aber nur eine Bedingung. Andere Bedingungen für diese Reaktion sind die spezifische Beschaffenheit von Chlor und Natrum usw. Die Gesamtheit der Bedingungen ergibt die Ursache.

ad 3) Ein Beispiel hierfür: Wenn Herr X sein Haus in der Straße V verläßt, verläßt Herr Y sein Haus in der Straße W. Hier hat das „wenn“ etwa die Bedeutung: „zu dem Zeitpunkt, wenn“.

Ob diese Qualitative Unterscheidung tatsächlich gerechtfertigt ist, sei dahingestellt; vielleicht wird auch nur einmal mehr der temporale und einmal mehr der konditionale Charakter der Berechnung betont. Jedenfalls entspricht weder der temporale noch das konditionale „wenn“ dem „wenn“ in der A.L.

Es ist zu fragen, ob damit wirklich alle möglichen sprachlichen Bedeutungen von „wenn“ erfaßt sind, die eventuell dem aussagenlogischen „wenn“ entsprechen könnten. Was ist etwa mit dem „wenn“ des Potentialis und des Irrationalis? Dessen sprachliche Funktion kann hier nicht genauer untersucht werden; es kommt allerdings wohl kaum als sprachlichen Entsprechung des „wenn“ der A.L. in Frage, denn es besitzt keine logische Struktur sondern einen Denkabart. Das „wenn“ in dem Satz z.B.:

„Wenn a gleich b ist und b gleich c ist, ist auch a gleich c “
drückt meine Überlegung aus: was wäre, wenn ...

Diese Annahme einer Möglichkeiten spielt sich nur im Denken ab, dieses „wenn“ ist „psychologisch“. Denn in der Logik selbst gibt es keine Möglichkeit, sondern nur Gewißheit: $A = \beta$
~~Falls $A \neq \beta$~~ $\frac{A}{\beta} \frac{\beta}{A} \neq A = \beta$

Restzuhalten bleibt: Das „Wenn-dann“ ist das Grundprinzip
a) der empirischen (synthetischen) Wissenschaften,

a) als temporales „wenn“ bei der beschreibenden Bestaltung
von empirischen Sachverhalten

b) als konditionales „wenn“ bei der theoretischen Erklärung

b) des theoretisch-spekulativen Denkens, aber
nicht einer analytischen Wissenschaft. So spielt das „wenn“
ja auch außerhalb der Logik in der Mathematik keine Rolle.
Die aussagenlogische „Wenn-dann-Berechnung kann kaum
ein Prinzip der NL sein, da sie innerhalb der normalen
Sprache nicht angehen läßt, welche Bedeutung sie hat.

IV Zusammenfassender Vergleich von AL und NL

1) Von manchen Autoren wird die AL als NL im oben angegebenen Sinn berechnet; dies scheint nicht berechtigt: es besteht nur geringe Übereinstimmung von AL und NL.
Was sollte eine NL als Wissenschaft liefern? Sie sollte
alle Gesetze, die wir intuitiv als logisch wahr ansehen,
auf möglichst wenige einfache Gesetze zurückführen. Die AL
weicht einerseits völlig willkürlich von der NL ab, andererseits überträgt sie sprachliche Zuflüchtigkeiten in ihr System, wie etwa am „oder“ gezeigt wurde. Die von ihr eingeführten

Operatoren tragen wenig zur Erhellung der Grundprinzipien der NL bei.

- b) Andere Autoren betrachten die AL bewußt als künstliche Logik im anfangs definierten Sinn. In diesem Fall ist obige Kritik natürlich sinnlos. M.E. kann man aber nicht von einer ‚Gleichberechtigung‘ verschiedener Logiken sprechen. Der Mensch geht, auch wenn ihm das nicht bewußt ist, immer von der NL aus. (Ob diese hier richtig dargestellt ist, ist damit natürlich nicht gesagt.) Er kann nicht von ihr abscheiden, ebensowenig wie ein Computer von seiner Programmierung; er verläßt sich auf sie im täglichen Leben, aber es benutzt sie auch, um mit ihrer Hilfe künstliche Logiken zu entwerfen.

C) Überlegungen zu Grundlagenproblemen der NL

Dazu sei vorausgeschickt, daß die hier angestellten Überlegungen noch spekulativer sind als die in Teil A und B.

I Logische Prinzipien im Denken und in der Wahrnehmung

In A wurde gezeigt, daß die Prinzipien $| = | \neq | + | - | : |$ als Prinzipien der NL angesehen werden können.

Diese Prinzipien treten aber nicht nur im Denken, sondern auch in der Wahrnehmung auf. Während sie im Denken entsprechend der Natur des Denkens rein abstrakt, unabhängig von Raum und Zeit sind, realisieren sie sich in der Wahrnehmung von Bewegungen als raum-zeitlichen Veränderungen; dies sei im folgenden dargelegt.

1) Das (Un)gleichheitsprinzip: $| = | \neq |$

Der Eindruck von Gleichheit und Ungleichheit ist wohl der zentralste Eindruck der Wahrnehmung^{+1/2} überhaupt. Die Gleichheit besteht in der Konstanz des Aussehens mancher Dinge, die Ungleichheit in der Verschiedenheit des Aussehens sowie die durch Bewegungen bewirkten, ständigen Veränderungen. Wären alle Dinge gleich, so könnten wir nichts erkennen, denn wir werden uns der Dinge erst durch ihre Ungleichheit bewußt.

Wäre dagegen alles, was wir wahrnehmen, ungleich, d. h. es gäbe keinerlei Konstanz, so würden wir uns vielleicht der Existenz von „Etwas“ bewußt, könnten aber nichts darüber aussagen.

(+1 im folgenden „Wn“ abgekürzt bzw. von „heim“ beim Verb
x₂ „Soll nur die optische Wn als „die für den Menschen
wichtigste berücksichtigt werden“)

2) Addition + / Subtraktion - / Division :

statisch
+
/
1 = 1

M. W. lassen sich durch diese 3 Operatoren und das Gleichheitszeichen alle anderen Operatoren der elementaren Algebra definieren. Es ist nun interessant, daß sich genau für diese 3 und für sie Realisierungen in der Wn angeben lassen. Um einige Beispiele zu nennen:
Ein Vogel sitzt auf einem Baum, ein andres kommt hinzu geflogen, jetzt sitzen also 2 Vögel darauf ($1+1$).
Ein Vogel fliegt wieder weg ($2-1$).
Ein Ast bricht in 2 Hälften ($\frac{1}{2}$).

3) Zahlbegriff

Es wurde in A darauf hingewiesen, daß diese Prinzipien als logische Prinzipien schon einen Zahlbegriff voraussetzen, auch für ihn gilt es eine Entsprechung in der Wahrnehm. Wie schon gesagt, nehmen wir Gleiches und Verschiedenes wahr. Dieser Wahrindruck ist aber strukturiert, untergliedert in Gestalten (Gestaltwahrnehmung), „Dinge“, die sich voneinander durch Ausdehnung, Form, Farbe und „Zwischenräume“ (z.B. Luft) abgrenzen, es gibt als abgegrenzte Figuren, Ganzheiten, Einheiten, Eins - heiten in der Wn. In der Wn von einzelnen Dingen ist das Zahlprinzip enthalten.

4) Es zeigt sich also, daß die gleichen Prinzipien, die als Prinzipien des NL heraus gearbeitet werden, in der Wn enthalten sind, gebunden an einen materiellen Körper und an dessen Bewegungsrichtung in Bezug auf ein bestimmtes Bezugssystem. Diese

Prinzipien der Wn sind unabhängig von denen des Denkens, sie sind gewissermaßen an der Bewegung der Dinge, beobachtbar', ich kann von, daß wenn ein Vogel zu einem anderen geflogen kommt, daß dann zwei dasseinen, ohne dabei zu denken $1+1=2$, ohne dieses Prinzip überhaupt zu begreifen.

II Grundlagenprobleme der Logik

Nach den vorhergegangenen Überlegungen stellt sich also die Frage: Ist Logik

- a) eine Struktur der Wirklichkeit?
- b) eine Struktur der Wn?

- c) eine Struktur des Dns?
- d) eine Kombination von a, b und c?

Je nachdem, welche Haltung man in diesen Fragen annimmt, wird man auch zum Teil bei den folgenden, grundlegenden Fragen zu anderen Antworten kommen:

1) Warum nehmen wir 'logisch' wahr?

2) Warum denken wir logisch?

3) Inwieweit existieren logische Gesetze metareell?

4) Wie läßt sich die NL begründen?

5) Welches Verhältnis besteht zwischen logischen Prinzipien, Denksprinzipien und Wnsprinzipien?

6) Ontologische Existenz von Logik und Kausalität?

7) Welches Verhältnis besteht zwischen Mengenlehre, Algebra und Logik?

(*) im folgenden „Dm“ abgekürzt)
bzw. „dm“ als ein Verb

Aus der Kombination von a, b und c ergeben sich folgende Möglichkeiten: Die Logik ist

eine Struktur der Realität	eine Struktur der Wn	eine Struktur des Dns	X : trifft zu - : trifft nicht zu
X	X	X	X : trifft zu
X	-	-	- : trifft nicht zu
X	-	X	X : trifft zu
-	X	-	- : trifft nicht zu
-	-	X	X : trifft zu
-	-	-	- : trifft nicht zu

Die Bedeutung der jeweils wichtigsten dieser Kombinationen soll für die Fragen 1.-4. untersucht werden.

1) Warum nehmen wir 'logisch' wahr?

Hier ergeben sich folgende Möglichkeiten:

- Man geht davon aus, daß die logischen Prinzipien Prinzipien unserer Wahrnehmungsstruktur sind, wie z.B. andere Prinzipien auch, etwa Raum und Zeit, daß sie durch die neurophysiologische Struktur unseres Wahrnehmungsapparates bestimmt sind.
- logische Prinzipien sind Prinzipien der Wirklichkeitsstruktur; die von ihnen angegebenen Beziehungen bestehen zwischen den Dingen (und Sachverhalten) an sich; sie werden von unserer Wahrnehmung wie einem Spiegel abgebildet. Die Wn müßte dann *a priori* völlig strukturiert sein, wie ein „leeres Blatt“.
- Struktur der Wirklichkeit und Struktur der Wahrnehmung entsprechen sich.

Es erscheint nicht generell unmöglich, diese Frage einmal beantworten zu können, da sich von einer Wnstruktur im Gegensatz zur Dnstruktur ^{z.T.} wohl abstrahieren lässt, z.B. auch durch die Verwendung von anders strukturierten Maßgeräten. Die Beantwortung könnte aber wohl nur durch entwicklungspsychologische und neurophysiologische Untersuchungen geschehen. Allerdings muß hier darauf hingewiesen werden, daß der Terminus „a priori“, es darf geschehen, nicht etwa den Zustand bei der Geburt, sondern einen wohl schwer zu bestimmenden, vorgeburtlichen Zustand, bezeichnet.

2) Warum denken wir logisch?

Folgende Möglichkeiten:

- a) \Rightarrow Die Struktur unseres Dns ist logisch. Wenn das zutrifft, scheint es für uns unmöglich zu sein zu erkennen, ob die Wirklichkeit logisch strukturiert ist. Denn von der Struktur des eigenen Denkens kann nicht abstrahiert werden wie bei der Wn (höchstens vielleicht einmal in Zukunft durch Computersysteme mit variablen, anpassungsfähiger Struktur, deren Ergebnisse wir aber nicht verstehen könnten, durch biologische Evolution des Gehirns, oder durch neurophysiologische oder genetische Eingriffe). Wir erkennen die Wirklichkeit immer nur gefiltert durch unsere Denkprinzipien. Es ist natürlich dennoch möglich, daß die Struktur unseres Denkens der der Wirklichkeit entspricht. Wenn das Dn in diesem Aufsatzauch als Bewußtseinsprozeß angesehen wurde, würde doch

immer berücksichtigt, daß es zugleich ein neurophysiologischer Vorgang ist, also Teil der Wirklichkeit selbst. Angenommen, die Wirklichkeit ist logisch strukturiert, könnte es sein, daß das menschliche Nervensystem als Teil der Wirklichkeit auf Grund seiner ungeheuren Komplexität in noch völlig ungelöster Weise (psychophysisches Problem) ein Bewußtsein entwickelt, dessen logische Struktur seiner logischen Struktur (der des Nervensystems) entspricht, und daß es dem Bewußtsein möglich ist, auf diese reale Struktur zu reagieren, d.h. das Nervensystem wird sich im Bewußtsein seines eigenen, realen logischen Struktur bewußt.

Inwieweit die Praxis, d.h. die Umsetzung von Erkenntnissen in Handlungen (z.B. in der Technik) durch ihren Erfolg oder Miß Erfolg einen Maßstab für die Richtigkeit der Erkenntnis (der Realität) bietet, soll hier nicht untersucht werden.

- 6) Die logischen Prinzipien sind aus der Wn übernommen, allerdings ist hier nicht an einen einfachen Abbildungsvorgang zu denken, weil ja - wie gesagt - diese Prinzipien im Denken als reine, abstrakte Prinzipien vorkommen oder doch zumindest gewonnen werden können, während sie aber in der Wn an Materie, Raum und Zeit gebund sind. Man könnte aber an eine Abstraktion denken. Das (Un)gleichheitsprinzip ist aus der (Un)gleichheit der wahr genommenen Dinge abstrakt, der Zahl Begriff aus der Struktur der Wn in Einheiten, die Prinz

+ |-| : \overrightarrow{I} , wobei von Raum und Zeit abstrahiert wird; man betrachtet also nicht mehr die Bewegung, sondern nur noch das Ergebnis der Bewegung, von der Ortsveränderung, die diesem Ergebnis vorausging, und der Zeit, die verlangt wurde, um abgeschen, so daß man eine zeitlose, raumlose Beziehung erhält.

Denkt ist diese Abstraktion noch nicht einmal total, denn

- 1) verläuft unser Denken als Bewußtsprozeß im Raum u. Zeit (als neurophysiologischer Prozeß schon sowieso)
- 2) sind auch logisch-abstrakte Denkprozesse nicht frei von raum-zeitlichen Begleitvorstellungen, sei es, daß man sich vorstellt, wie man z.B. Ziffern auf ein Rechentafel schreibt, also noch eine Bewegung, sei es, daß man nur die Ziffern als räumliche Gebilde vor sich sieht.

Wenn diese Erklärung vielleicht merst auch ganz einleuchtend erscheint, so kann sie doch nicht richtig sein, da die Abstraktion selbst eine logische Operation ist.

Hier sei ein Beispiel für die sog. unvollkommene Abstraktion gegeben.

$$\text{Dinge : } a \neq b + c \quad | \quad a \neq b + d \quad | \quad a \neq b + e \\ \text{Merkmale : } a + b + c = X$$

$$X_1 - c + X_2 - d + X_3 - e = \neq X$$

Für die sog. vollkommene Abstraktion gilt entsprechendes, zwischen diesen beiden Abstraktionsarten besteht ja ohnehin, wenn man die Merkmale Dinge als Summe der Merkmale auffaßt, nur ein quantitativer und kein qualitativer Unterschied. Daraus ergibt sich folgendes: Nimmt man nicht ^{eine} ideelle Welt abstrakter Objekte an,

die man nicht als Produkt des Denks, sondern als eine vom Denk unabhängige Wirklichkeit ansieht, deren Struktur sich im Denken wie ein Spiegel abbildet, was eine reine Spekulation wäre, ist das Denken aus sich heraus logisch strukturiert; die sich daraus ergebenden Konsequenzen sind bereits oben aufgereggt.

c) Überlegungen, daß die logischen Denkprinzipien aus anderen Denkprinzipien entwickelt seien, etwa dem Kausalitätsprinzip, führen nicht weiter, da die Gleichheit eines Objekts mit sich selbst Voraussetzung für alle anderen Denkprinzipien ist.

3) Inwiefern existieren logische Gesetze materiell?

Hier ist bewußt nach der materiellen Existenz gefragt, nicht in einer spekulativein, idealen Welt, sondern in der physikalischen Welt. (Es sei hier einmal davon abgesehen, ob es überhaupt Sinn hat, in der physikalischen Welt von Gleichheit zu sprechen → S.o.) Man kann offensichtlich nicht sagen, daß logische Gesetze physikalisch existieren, sie haben keine physikalischen Eigenschaften.

Hier liegt ein generelles Problem vor, das in allen Wissenschaften in veränderter Form auftaucht, dieses äußerst komplizierte Problem soll hier nur kurz gestreift werden.

Es geht um das Problem von physikalisch-chemischen Körper (Materie), Form (Struktur) und Information.

Um nur einige Beispiele zu geben: Aus der Biologie:

Die materiellen Bestandteile eines Gens lassen sich

leicht angeben, diese sind aber in einer äußerst komplizierten Struktur zusammengeordnet, und selbst wenn man diese beschreiben kann, heißt das nicht, daß man weiß ^{In der} welche Information (Erbgut) in diesem Gen enthalten ist. Linguistik geht es um Sprachkörper Sprachstruktur und Bedeutung, in der Psychologie um Neuronen, neurophysiologische Struktur und psychisches Bewußtsein. Jeweils ist eine bestimmte Information (Bedeutung) mittels eines Codes (Zeichen-System, Struktur) in einem (Zeichen)körper verschlüsselt. Dieses Modell steht in gewissem Widerspruch zu der These, daß ein Objekt gleich der Summe seiner Merkmale ist und diese sich bei einem konkreten Objekt prinzipiell materiell angeben lassen^{Dieses Problem mußte weiter überdacht werden.}. Was ergibt sich nun heraus für die Logik? Betrachtet man sie als die Struktur der Realität, so ist sie an die Matrix beliebiger konkreter Objekte gebunden, betrachtet man sie als Struktur unseres Dns und Wns, so ist sie an die Matrix unseres Denk- und Wnsapparates gebunden. Es muß dann eigentlich möglich sein, die neurophysiologischen Bedingungen des logischen Denkens, etwa bestimmte Schaltkreise, aufzurüggen. Als erst wenn man das logische Prinzip an sich denkt, ist die Informationen, die in der logischen Struktur etwa eines materiellen Körpers codiert war, entschlüsselt. Auch wenn es möglich wäre, genau den neurophysiologischen Prozeß anzugeben, der beim Denken des Gleichheitsprinzips abläuft, könnte man nicht

sagen, daß dieser neurophysiologisch-materielle Prozeß das Gleichheitsprinzip ist. Taut: Es läßt sich kaum sagen, daß logische Beziehungen selbst materielle Objekte sind, sie sind aber zumindest insofern, als sie zwischen materiellen Objekten bestehen, an deren Materie gebunden.

Dieses äußerst wichtige Problem wurde hier allerdings in einer fast unzulässigen Vereinfachung und Unexactheit dargelegt.

4) Wie läßt sich die Logik begründen?

Hier soll gefragt werden: Mit welcher Gewißheit gilt Logik? Gilt sie unabhängig von Dn und Wn?

Und warum gilt Logik?

- a) Logik als Struktur der Wirklichkeit
- b) Man kann davon auszehn, daß das Gleichheits-/Ungleichheitsprinzip des Universal-Prinzip der Wirklichkeit ist, das von keinem anderen Prinzip mehr abgeleitet werden kann, sondern von dem alle anderen abgeleitet sind.
Dieses Prinzip begründen zu wollen, ist dann sinnlos, es ist nicht mehr hinterfragbar. Diese These läßt sich sowohl von einem empiristischen, wie von einem rationalistischen Standpunkt hier aufstellen. Empiristischer Standpunkt: Wie oben gezeigt wurde, sind die logischen Prinzipien unmittelbar in der Wahrnehmung gegeben, zu lassen sich in den Bewegungen der Dinge queri beobachten. Rationalistischer Standpunkt: Die logischen Prinzipien sind der Vernunft unmittelbar einsichtig, sie entsprechen daher der Struktur der Realität.

B) Es ist aber doch zumindestens sprachlich möglich zu fragen, warum gilt $A = A$? Warum ist die Wirklichkeit logisch strukturiert? Das Fragewort "warum" deutet dabei auch schon eine Möglichkeit an. Man könnte versuchen, die Logik durch Kausalität zu begründen, wiedem man etwa sagt: In einer kausal-determinierten Welt gilt das Gleichheitsprinzip, da es ja für die Beschaffenheit eines jeden Dings Ursachen gibt; wäre nun ein Ding zugleich mit sich selbst gleich und ungleich, dann wäre das Kausalprinzip ungültig. Hier muß allerdings folgendes berücksichtigt werden:

- (A) Genauso wie bei der Überlegung der Ableitung des logischen Denkprinzips aus dem kausalen Denkprinzip, muß auch hier gefragt werden, inwieweit die Gleichheit eines Dings mit sich selbst nicht auch Voraussetzung für Kausalität ist.
- (B) Gilt für das Kausalitätsprinzip wie für das Gleichheitsprinzip, daß es kein Prinzip der Wirklichkeitsstruktur sein muß, sondern nur ein Prinzip unserer Denkstruktur sein kann.

Ein weiterer Aspekt ist, daß dann in der Relativitätstheorie und in der Quantenmechanik, wo das Kausalprinzip ja eingeschränkt bzw. aufgehoben ist, die logischen Gesetze nicht mehr gelten müßten.

C) Wie schon mehrfach angedeutet, ist es fraglich, inwiefern man überhaupt von Gleichheit in der physikalischen Welt sprechen kann. Denn (A) können 2 Dinge nicht

zur gleichen Zeit am gleichen Ort sein, (B) verändert sich ein Ding selbst in einer beliebig kleinen Zeitinheit.

(Auf einige Probleme der modernen Physik, die hier eigentlich berücksichtigt werden müssen, wie Zeitdilatation, Zeitumkehr, Überlichtgeschwindigkeit (Tachyonen), 4. Dimension usw. sei hier nicht eingegangen,

da diese das Problem (für mich) unübersehbar verkomplizieren würden und mein physikalisches Wissen dafür auch nicht ausreicht.) Dies führt zurück zu der Frage, wie man Gleichheit definiert. Fordert man nur

für die Identität auch die Gleichheit von Raum und Zeit, definiert aber Gleichheit allein als Gleichheit von allen Merkmalen, so trate der absurdste Fall ein, daß zwei Dinge miteinander gleich sein könnten, die sich nämlich in genau gleicher Weise verändern, aber kein Ding mit sich selbst gleich wäre, wenn man nicht den Gleichheitsbegriff noch weiter faßt und definiert, daß Gleichheit auch bei einem bestimmten Prozentsatz von gleichen Merkmalen gegeben ist. Wenn man davon ausgeht, daß konkrete Dinge nicht gleich sein können, kann man daraus folgern, daß die Struktur der Realität nicht logisch ist, die Logik also nur eine Struktur unseres Denkens und damit nicht zur Erkenntnis der Wirklichkeit geeignet ist?

Das wäre unwichtig, wenn (A) könnte man dieses Ergebnis dann ja gerade nicht durch Anwendung der Logik gewinnen, (B) wäre die (bereits erkannte) physikalische Realität vorausgesetzt und dann von ihr behauptet, sie könne nicht erkannt werden. Richtiger schreibt vielmehr folgende

Konsequenz zu ziehen: (A) die Wirklichkeit besitzt nicht nur eine logische Struktur, sondern auch eine zeitliche, kausale usw.; (B) daher kann auch nicht die logische Struktur unseres Denkens aussiechen, die zu erkennen, sondern andere Denkprinzipien werden ebenfalls dafür benötigt, wie dies ja auch in den Wissenschaften geschieht.

8) Logik nur als Struktur des Denks (und der Wn.)

Gehst man hier von aus, so läßt sich die Logik nur damit, begründen', daß wir eben logisch denken. Ihre Gültigkeit ist dann auf das Denk beschränkt und sie ist ungeignet zur Erkenntnis der Wirklichkeit. In diesem Falle würde man natürlich auch unser physikalisches Weltbild nicht als eine realistische, sondern durch die Erkenntnisstruktur verzerrte, Beschreibung der Realität ansehen.

5) Welches Verhältnis besteht zwischen logischen Prinzipien, Denkprinzipien und Wnsprinzipien?

Es ist unbestreitbar, daß das Denken des Menschen nicht nur nach logischen Prinzipien verläuft. Temporale, kausale, finale und viele andere Prinzipien spielen eine Rolle. Die ganzen empirischen Wissenschaften, in denen das synthetische Denken eine entscheidende Rolle spielt, wären bei nur logisch-analytischem Denken gar nicht möglich. Andererseits sind die fundamentalen logischen Prinzipien ($=, \neq, +, -, :, ;$) offensichtlich auch Prinzipien des Denks, sie sind eine Teilmenge der Menge aller Denkprinzipien. Denn die logischen Prinzipien kommen vom Men-

schen nur durch Anwendung logischer Prinzipien erkannt werden, um das Gleichheitsprinzip erkennen zu können, muß man bereits zwischen Gleichem und Ungleichem unterscheiden können.

Dann ist aber zu fragen: Wie lassen die drei logischen Fehler im Alltagsdenken des Menschen erklären?

Das liegt daran, daß der Mensch ~~kompliziert~~ oder aber logische Beziehungen nicht leicht durchschaut, er hält etwas für synthetisch gleich, was gar nicht gleich ist, und kommt, davon ausgehend, trotz korrekten logischen Denkens zu falschen Ergebnissen. Für die Tatsache, daß der Mensch komplexe logische Strukturen nicht immer durchschaut, gibt es zwei Gründe:

- a) Die logische Struktur ist oft durch semantische oder syntaktische Unlogikheiten der normalen Sprache unübersichtlich; das gilt ganz generell für semantische Einflüsse, wohl ein Grund, warum man die formale Logik einführt hat, die davon abstrahiert.
- b) Aber auch bei einer formal-logischen Darstellung ist die Fähigkeit des Menschen zur Erkenntnis logischer Strukturen sehr begrenzt (und z.B. einem Computer weit unterlegen). Diese Fähigkeit ist in 2 Stufen gestaffelt:
 - 1) Das ^{Poz.} logische Gefühl

Der Mensch „fühlt“ oft, daß eine Aussage logisch wahr ist, ehe er, oder ohne daß er überhaupt imstande ist zu sagen, auf Grund welcher Gesetzmäßigkeiten das gilt. Dieses logische Gefühl tritt aber nur bei sehr einfach

strukturierten logischen Beziehungen in Kraft; etwa
zulässigen Syllogismen. Bei komplexeren logischen Strukturen
sucht die Schlußung versagt es und führt leicht zu Irrtumern.

3) Das logische Dn

Es arbeitet mittels Anwendung der angegebenen logischen Prinzipien.

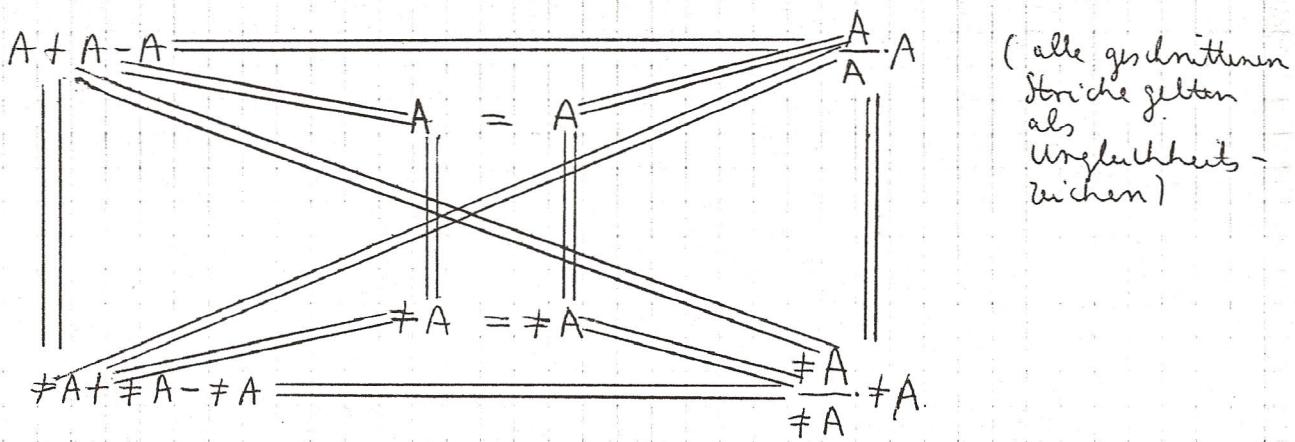
6) 'Ontologische' Existenz von Logik und Kausalität

Mit 'ontologisch' soll hier nur gesagt werden, daß Logik und Kausalität nicht materiell und nicht in einer rein fiktiven, abstrakten Welt 'existieren', aber doch irgendwie 'existieren'.

- a) Dabei gilt, daß logische Beziehungen zwischen allen Objekten im anfangs spezifizierten Sinn bestehen können, Kausale dagegen nur zwischen realen Sachverhalten.
- b) Die kausale Beziehung von zwei Sachverhalten ist immer auch eine zeitliche Beziehung, der verursachende Sachverhalt muß zeitlich vor dem bewirkten Sachverhalt bestehen; diese Zeitdifferenz kann nie völlig aufgehoben sein, da sich die 'Wirkung' der Ursache ja höchstens mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten kann; es sei denn, man nimmt eine zeitunabhängige Fernwirkung an.
Bei den logischen Beziehungen ist dies anders; alle logischen Beziehungen gelten absolut zur gleichen Zeit. Legt man fest: $a = b$, $b = c$, so gilt ohne jede Zeitdifferenz $a = c$, seien a, b, c nun Wasserstoffatome, Planetenbewegungen, Begriffe, Aussagen, Wahrheitswerte usw.
Es gelten aber ebenso zw. gleichen Zeit unerlässliche andere

Bereihungen : ($+a \neq b$, $+b \neq c$, $+a \neq c$...)

Man kann sich also eine unendliche, zeitlose, Welt' von logischen Bereihungen vorstellen ; dies ist als Wohlge-
meint eine Vorstellung und soll keine denkunabhängige
abstrakte, Welt' andeuten . Die unendlichen Bereihungen
sind gebildet durch die verschiedenen Kombinationen der
logischen Prinzipien ; d. h. in den logischen Prinzipien
sind bereits alle logischen Bereihungen enthalten .
Dies sei noch einmal an einem Modell dargelegt .



Dass die aktuelle Formulierung einer, ontologischen' Existenz
keine befriedigende Lösung des Problems darstellt, ist selbst-
verständlich .

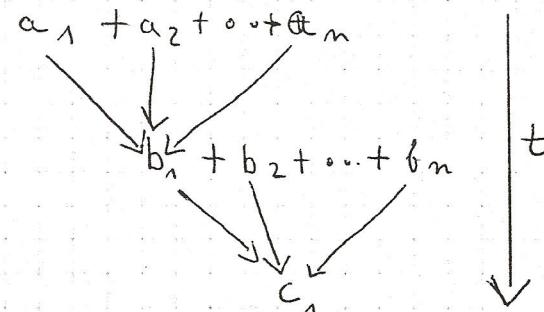
c) Analytische und synthetische Bereihungen.

bei Aussagen
Ihn wurde - wie allgemein üblich - zwischen analytischen
und synthetischen Bereihungen unterschieden . Diese
Unterscheidung möß aber nicht absolut gelten , son-
dern könnte abhängig sein von unserem heutigen Er-
kenntnisstand bzw. oder unserer Erkenntnisstruktur . Es
wären nämlich auch kausal - analytische Bereihungen denkbar .

Ein einfaches logisches System, etwa $A = A$
 $\# \quad \#$
 $\# A = \# A$

(die Darstellung der 'Innenbeziehungen' ist logisch nicht notwendig)

Können wir leicht überblicken, wir verstehen die Determiniertheit, die logische Notwendigkeit dieses Systems. Kompliziertere logische Systeme können wir zwar nicht mehr überblicken, aber doch relativ leicht prüfen. Selbst einfache kausale Systeme etwa



sind
 oft bereits unglaublich viel komplizierter. (Es wäre zwar interessant, in diesem Zusammenhang auch auf ~~ein~~ 'finale' Regelkreismodelle einzugehen, dies sprengte aber den Rahmen dieses Themas). Ein kausales System ist also a) dynamisch und nicht statisch wie ein logisches System und b) von einer Umwelt für nicht aufräckbarer Faktoren abhängig. Dennoch ist es theoretisch denkbar, daß ein unvorstellbares, Denksystem^{überdringt}, die ganze Welt als dynamisches System so wie ein einfaches logisches System überschauen. Für diesen 'Denker' geschiehe alles mit kausaler Notwendigkeit, jedem Ding kämen reine Eigenschaften mit kausaler Notwendigkeit zu, für ihn wäre die ganze Welt, kausal-analytisch! Inwieweit die Quantenphysik diesin ja nicht reinen Gedanken falsifiziert hat, sei dahin gestellt.

7) Welches Verhältnis besteht zwischen Mengenlehre, Logik und Algebra?

Die hier dargestellte Logik entspricht ja weitgehend der elementaren Algebra. Dagegen geht man im allgemeinen davon aus, daß die Aussagenlogik eine Grundlagenwissenschaft der Mengenlehre und diese eine Grundlagenwissenschaft der Algebra^{ist}. Welches nun tatsächlich die fundamentalste Theorie ist, kann hier nicht weiter überlegt werden.

(D) Abschluß:

Viele der hier angeschnittenen Probleme werden vielleicht nie gelöst werden, da man dem erkenntnistheoretischen Zirkel nicht entkommen kann, da die Denkfähigkeit des Menschen ~~beraus~~ an ihre Grenze gelangt ist, wie dies in der theoretischen Physik fast schon der Fall zu sein scheint, oder aus vielen anderen Gründen; daraus den Schluß zu ziehen, nicht mehr weiter zu fragen, wäre vielleicht vernünftig, aber kaum philosophisch, ebenso wäre es, unphilosophisch, aus dem Bewußtsein heraus, daß alle Aussagen nur unterschiedliche Grade von Falschheit haben, den Schluß zu ziehen, nichts mehr zu sagen. Es dürfte aber andererseits sinnvoll sein, von dem philosophischen Grundsprinzip ausgehen: „Nichts ist sicher und nichts ist unmöglich“, wobei das natürliche auch für diesen Satz gilt, und für diesen womit man sich bereits wieder in einem unerträlichen Regress befindet.

Gegen den hier vorliegenden Aufsatz lassen sich sehr viele

Einwände machen:

- 1) Es enthält viele Widersprüche.
- 2) Es ist viel spekuliert und wenig oder nichts bewiesen worden.
- 3) Die Terminologie ist nicht exakt genug und zweilen widersprüchlich.
- 4) Viele, in diesem Zusammenhang wichtige Probleme, wurden außer Acht gelassen.
- 5) Das Verhältnis von Sprache und Logik, insbes. betr. die deutsche Sprache, ist nicht genügend berücksichtigt worden.
- 6) Das notwendige mathematische und naturwissenschaftliche Wissen war nicht immer vorhanden.
- 7) Der Aufsatz wurde mit geringer Literaturkenntnis und ohne Diskussion von Literatur geschrieben. usw. ..

Dazu ist zu sagen: Zweck dieses Aufsatzes war eine erste, völlig selbstständige, geistige Auseinandersetzung mit der Logik, dieser Zweck wurde erfüllt.